3.1.1函数的概念

第一课时

一、知识回顾

初中学习的函数概念是什么？

设在一个变化过程中有两个变量x与y，如果对于x的每一个值，y都有惟一的值与它对应，则称x是自变量，y是x的函数；

一、知识回顾

2、请回忆在初中我们学过那些函数？

正比例函数：$y=kx \quad (k\neq 0)$

反比例函数：$y=\dfrac{k}{x} \quad (k\neq 0)$

一次函数：$y=kx+b \quad (k\neq 0)$

二次函数：$y=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$

二、新课讲解

问题１ 某“复兴号”高速列车加速到３５０ｋｍ/ｈ后保持匀速运行半小时．这段时间内，列车行进的路程S（单位：ｋｍ）与运行时间t（单位：ｈ）的关系可以表示为

$S＝350t$．这里S是t的函数.

思考：根据$S＝350t$的对应关系，这趟列车加速到350ｋｍ/ｈ后，运行1h就前进了350km,对吗？

错误，忽略了t的取值范围

二、新课讲解

问题 1　某“复兴号”高速列车加速到 3 5 0 k m/ h 后保持匀速运行半小时．这段时间内，列车行进的路程S（单 位： k m）与运行时间t（单位： h ）的关系可以表示为

$$S=350t. \quad (*)$$

列车运行时间t的变化范围是数集:$A=\{t \mid 0 \leqslant t \leqslant 0.5\}$,

列车前进的路程S的变化范围是数集:$B=\{S \mid 0 \leqslant S \leqslant 175\}$

问题的实际意义：对于数集A中的任意一个时间t，按照对应关系(*)，在数集B中都有惟一的路程S和它对应。

二、新课讲解

问题2：某电气维修公司要求工人每周工作至少1天，至多不超过6天，如果公司确定的工资标准是每人每天350元，而且每周付一次工资，那么你认为该怎样确定一个工人每周工资？一个工人的工资w(元)是他工作天数d的函数吗？ $w=350d$ ②

思考：问题1和问题2中的函数有相同的对应关系，它们是同一个函数吗？

$S=350t$ ①

$w=350d$ ②

二、新课讲解

问题2：某电气维修公司要求工人每周工作至少1天，至多不超过6天，如果公司确定的工资标准是每人每天350元，而且每周付一次工资，那么你认为该怎样确定一个工人每周工资？一个工人的工资w(元)是他工作天数d的函数吗？ $w=350d$ ②

工人工作天数d的变化范围是数集：A={1, 2, 3, 4, 5, 6}，

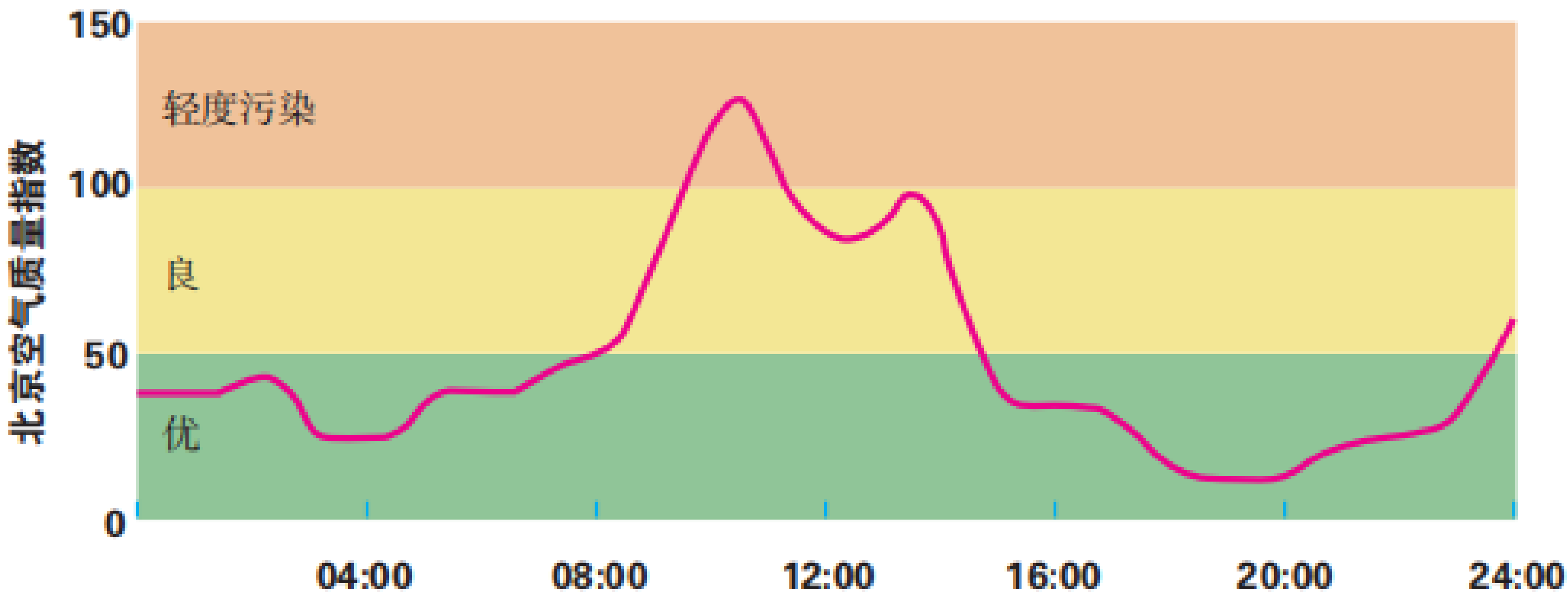
工人每周工资w的变化范围是数集：

B={350, 700, 1050, 1400, 1750, 2100}

问题的实际意义：对于数集A中的任意一个天数d，按照对应关系②，在数集B中都有惟一的工资w和它对应。

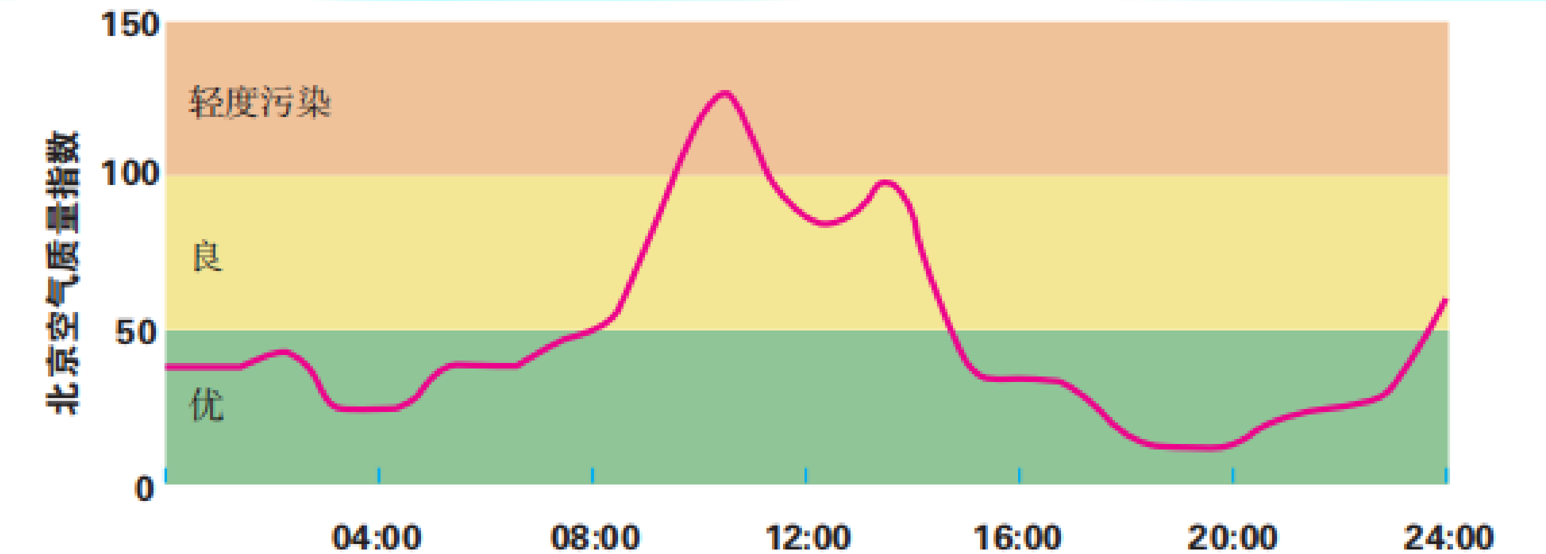
二、新课讲解

问题3：下图是北京2016年11月23日的空气质量指数（Air Quality Index 简称AQI）变化图。



如何根据该图确定这一天任意时刻th与空气指数（AQI）的值I？你认为这里I是t的函数吗？

二、新课讲解



根据上图中的曲线可知

时间t的变化范围是数集：$A=\{t|0\leqslant t\leqslant 24\}$，

AQI变化范围是数集:$B=\{I|0<I<150\}$.

问题实际意义：对于数集A中的每一个时刻t，按照图中的曲线，在数集B中都有惟一确定的AQI值I和它对应.

二、新课讲解

问题4：国际上常用恩格
生活质量的高低，恩格尔系数
表是我国某省城居民恩格尔系
表

年份y	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
恩格尔系数r(%)	36.69	36.81	38.17	35.69	35.15	33.53	33.87	28.89	29.35	28.57

请仿照实例1、2描述恩格尔系数和时间（年）的关系。

食物支出金额÷总支出金额x100%=恩格尔系数

二、新课讲解

我国某省城镇居民恩格尔系数变化情况

年份y	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
恩格尔系数r(%)	36.69	36.81	38.17	35.69	35.15	33.53	33.87	28.89	29.35	28.57

根据上表的关系可知
年份的变化范围是数集：$A=\{y|2006\leqslant y\leqslant 2015, y\in N\}$，
恩格尔系数变化范围是数集:$B=\{r|0<r\leqslant 1\}$.

问题实际意义：对于数集A中的每一个年份y，按照表格的关系，在数集B中都有惟一确定的恩格尔系数r和它对应.

问题： 四个问题的函数有什么不同点和共同点？

不同点

问题（1）（2）是用解析式刻画变量之间的对应关系，

问题（3）是用图象刻画变量之间的对应关系，

问题（4）是用表格刻画变量之间的对应关系；

共同点

（1）都有两个非空数集

（2）两个数集之间都有一种确定的对应关系

二、新课讲解

归纳以上四个实例，我们看到，四个实例中变量之间的关系可以描述为：

对于数集A中的每一个x，按照某种对应关系f，在数集B中都有惟一确定的y和它对应，记作

f：A→B.

三、概念分析

函数的概念：设A、B是非空数集，如果按照某种对应关系f，使对于集合A中的任意一个数x，在集合B中都有惟一确定的数f(x)和它对应，那么就称f：A→B为从集合A到集合B的一个函数，

记作： $y=f(x)$ ， $x\in A$

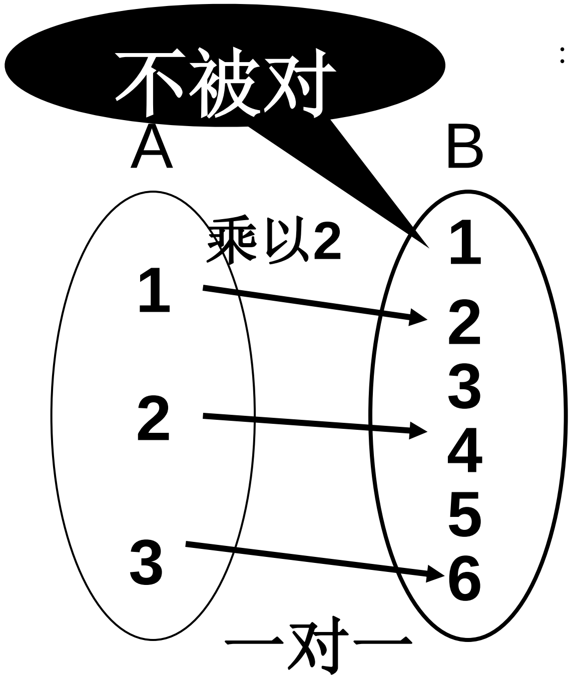
x叫做自变量，x的取值范围A叫做函数的定义域；

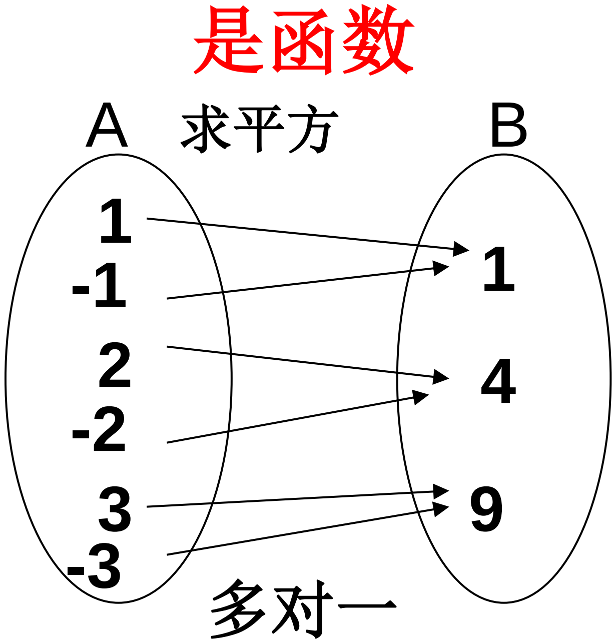
x的值相对应的y的值叫做函数值

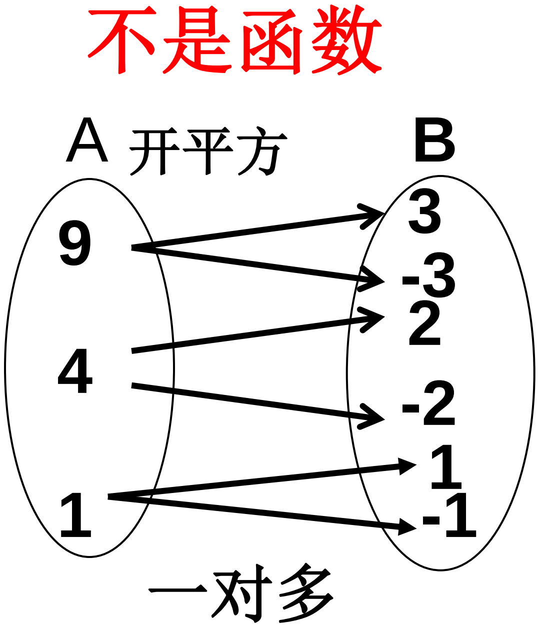
函数值的集合$\{f(x)|x\in A\}$，叫做函数的值域。

三、概念分析

设 A，B 是非空的数集，如果按照某个确定的对应关系 f，使对于集合A中的任意一个数 x，集合B中都有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应，那么就称“f：A→B”为从集合A到集合B的一个函数，记作 $y=f(x)$, $x\in A$。集合A为函数的定义域,值域C ⊆ B

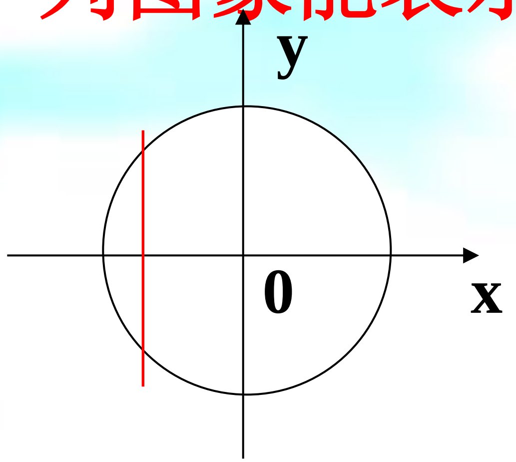




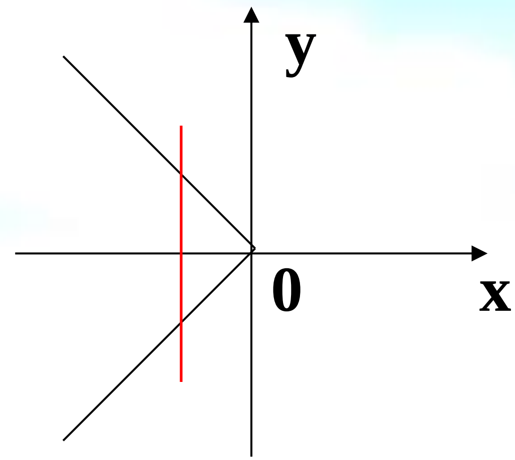


巩固练习

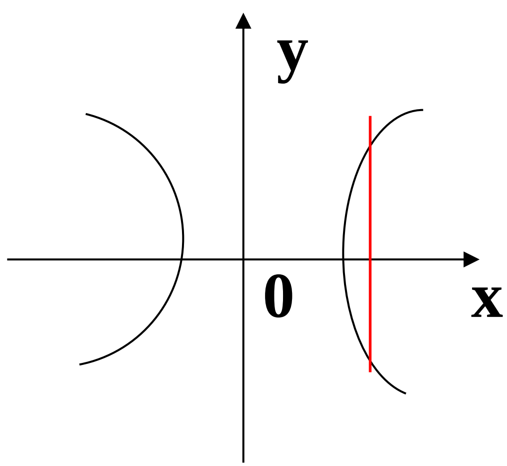
判断下列图象能表示函数图象的是（ D ）



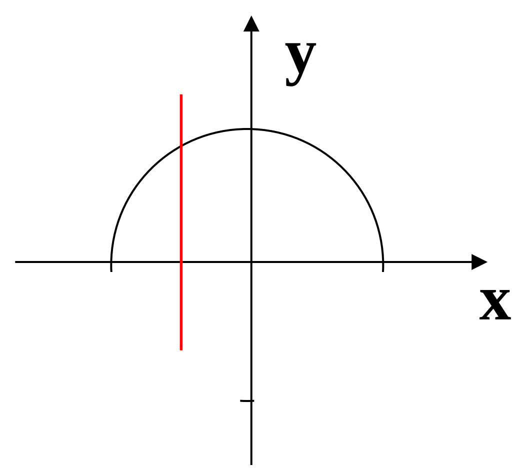
(A)



(B)



(C)

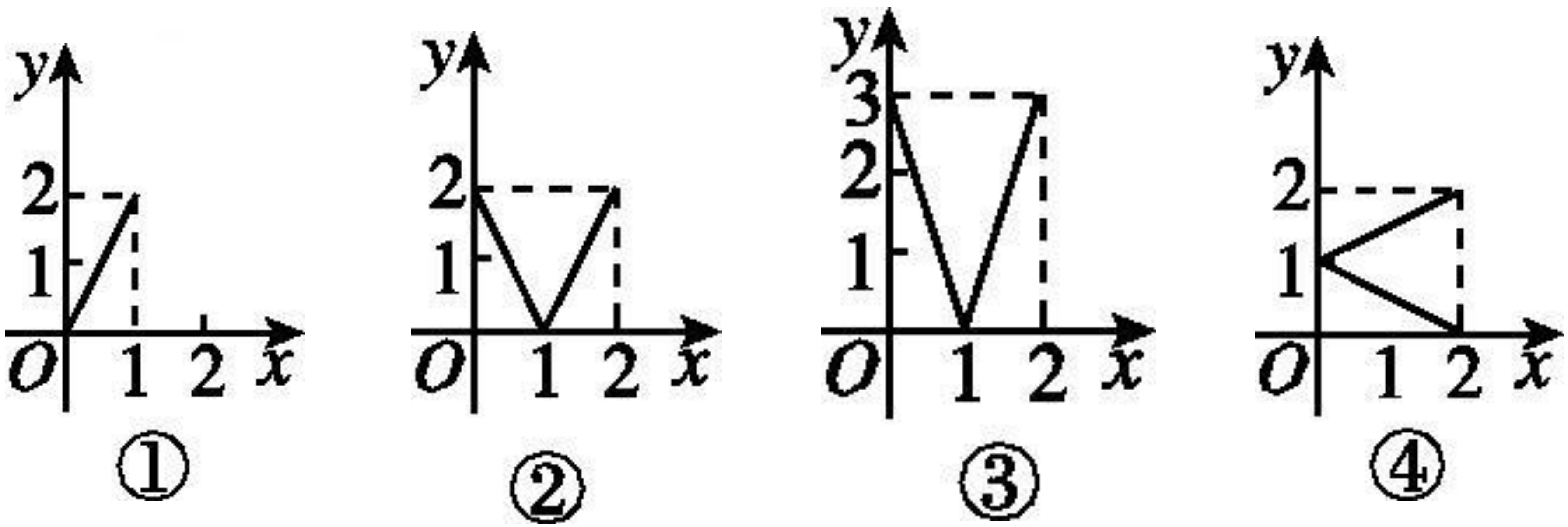


(D)

导学案P27-例1 (1)设集合$M=\{x|0\le x\le 2\}$,$N=\{y|0\le y\le 2\}$,给出下列四个图形:其中,能表示从集合M到集合N的函数关系的个数是(B)

A.0 B.1 C.2 D.3

③中,$x=2$对应元素$y=3\notin N$,



①当$1<x\le 2$时,在N中无元素与之对应

④中,当$x=1$时,在N中有两个元素与之对应,

(2)下列对应关系中是A到B的函数的是 (B)

A. $A\subseteq \mathbf{R}, B\subseteq \mathbf{R}, f: x\rightarrow y=\pm\sqrt{1-x^2}$ 存在$x\in A$,y值不唯一

B. $A=\{-1,0,1\}, B=\{1,2\}, f: x\rightarrow y=|x|+1$

C. $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R}, f: x\rightarrow y=\frac{1}{x-2}$ $2\in A$,但在集合B中找不到与之相对应的数,

D. $A=\mathbf{Z}, B=\mathbf{Z}, f: x\rightarrow y=\sqrt{2x-1}$

$-1\in A$,但在集合B中找不到与之相对应的数,

函数概念的理解

(1)A, B 都是非空数集；

(2)$f: A \to B$确定了集合A到集合B上的函数;

(3)函数的定义域为 A,值域$\{f(x)|x\in A\}\subseteq B$,而值域$\{f(x)|x\in A\}$由定义域、对应关系确定;

(4)符号$y=f(x)$的理解

①x是自变量,它是对应关系所施加的对象；

②f是对应关系, 它可以是一个或几个解析式,可以是图象,表格, 也可以是文字描述;

③$y=f(x)$仅仅是函数符号,不是表示"y等于f与x的乘积"，$f(x)$也不一定是解析式.

(5)常用函数符号: $f(x)$,$g(x)$, $h(x)$, $F(x)$, $G(x)$等.

例1、已知函数$f(x)=\sqrt{x+3}+\dfrac{1}{x+2}$.

(1) 求$f(-3)$, $f(\dfrac{2}{3})$的值;(2)当$a>0$时，求$f(a)$, $f(a-1)$的值。

分析：$f(-3)$表示当$x=-3$时，y的函数值。

解：(1) $\because f(x)=\sqrt{x+3}+\dfrac{1}{x+2}$.

$$\therefore\ f(-3)=\sqrt{(-3)+3}+\frac{1}{(-3)+2}\quad=-1$$

$$f(\frac{2}{3})=\sqrt{(\frac{2}{3})+3}+\frac{1}{(\frac{2}{3})+2}=\sqrt{\frac{11}{3}}+\frac{3}{8}=\frac{3}{8}+\frac{\sqrt{33}}{3}$$

例1、已知函数$f(x)=\sqrt{x+3}+\dfrac{1}{x+2}$.

(1) 求$f(-3), f(\dfrac{2}{3})$的值;(2)当$a>0$时，求$f(a), f(a-1)$的值。

解：(2) $a>0, \therefore f(a), f(a-1)$有意义

$$\therefore f(a)=\sqrt{a+3}+\frac{1}{a+2}$$

$$f(a-1)=\sqrt{(a-1)+3}+\frac{1}{(a-1)+2}=\sqrt{a+2}+\frac{1}{a+1}$$

导学案P28-例2 求下列函数的定义域:

(1)$y=\frac{(x+1)^2}{x+1}-\sqrt{1-x}$;　　(2)$y=\frac{\sqrt{5-x}}{|x|-3}$

解:(1)要使函数有意义,自变量x的取值必须满足$\begin{cases}x+1\neq 0,\\ 1-x\geq 0,\end{cases}$

解得$x\leq 1$且$x\neq -1$,即函数的定义域为$\{x|x\leq 1且x\neq -1\}$.

解:(2)要使函数有意义,自变量x的取值必须满足

$\begin{cases}5-x\geq 0,\\ |x|-3\neq 0,\end{cases}$解得$x\leq 5$且$x\neq \pm 3$,

即函数的定义域为$\{x|x\leq 5且x\neq \pm 3\}$.

求函数的定义域应关注四点:

(1)要明确使各函数表达式有意义的条件是什么,函数有意义的准则一般有:①分式的分母不为0;②偶次根式的被开方数非负;③$y=x^0$要求$x\neq 0$.

(2)不对解析式化简变形,以免定义域变化.

(3)当一个函数由两个或两个以上代数式的和、差、积、商的形式构成时,定义域是使得各式子都有意义的公共部分的集合.

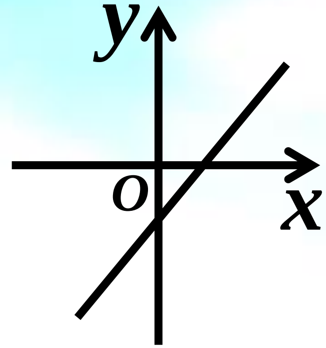
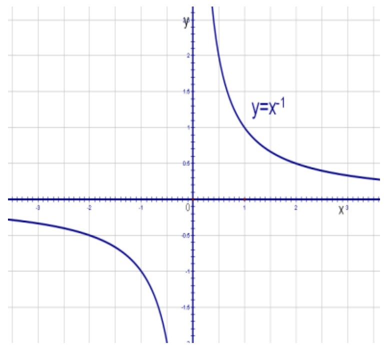
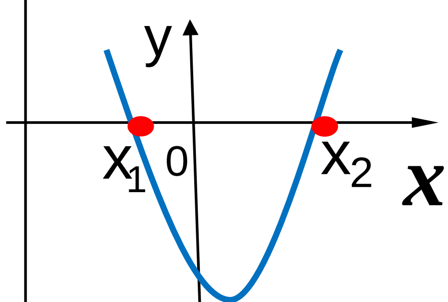
(4)定义域是一个集合,要用集合或区间表示,若用区间表示数集,不能用“或”连接,而应该用并集符号“∪”连接.

练习：求下列函数的定义域：

（1） $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$ $\{x|x\neq 2\}$.

(2) $f(x)=\sqrt{3x+2}$ $\left\{x \middle| x\geq -\dfrac{2}{3}\right\}$

(3) $f(x)=\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{2-x}$ $\{x|x\geq -1且x\neq 2\}$

函数	图象	定义域	值域
$y=kx$ $(k>0)$		R	R
$y=\dfrac{k}{x}$ $(k>0)$		$\{x \mid x \neq 0\}$	$\{y \mid y \neq 0\}$
$y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$		R	$\{y \mid y \geq \dfrac{4ac-b^2}{4a}\}$

课后练习：

练习：一枚炮弹发射后，经过26s落到地面击中目标，炮弹的射高为845m，且炮弹距地面的高度h(单位：m)随时间t(单位:s)变化的规律是

$$h=130t-5t^2 \quad (*)$$

炮弹飞行时间t的变化范围是数集:$A=\{t|0\leqslant t\leqslant 26\}$,

炮弹距地面的高度h的变化范围是数集:$B=\{h|0\leqslant h\leqslant 845\}$

问题的实际意义：对于数集A中的任意一个时间t，按照对应关系(*)，在数集B中都有惟一的高度h和它对应。

四、小结与作业

1.函数的概念： 设A、B是非空数集，如果按照某个确定的对应关系f，使对于集合A中的任意一个数x，在集合B中都有惟一确定的数f(x)和它对应，那么就称f：$A \longrightarrow B$为从集合A到集合 B的函数。

2.函数的三要素
$$\left\{\begin{array}{l}\text{定义域}\\ \text{值域}\\ \text{对应法则}f\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{定义域}\\ \\ \text{对应法则}\end{array}\right\} \overset{\text{决定}}{\Rightarrow} \text{值域}$$