

人教A版普通高中教科书《数学》（必修第二册）

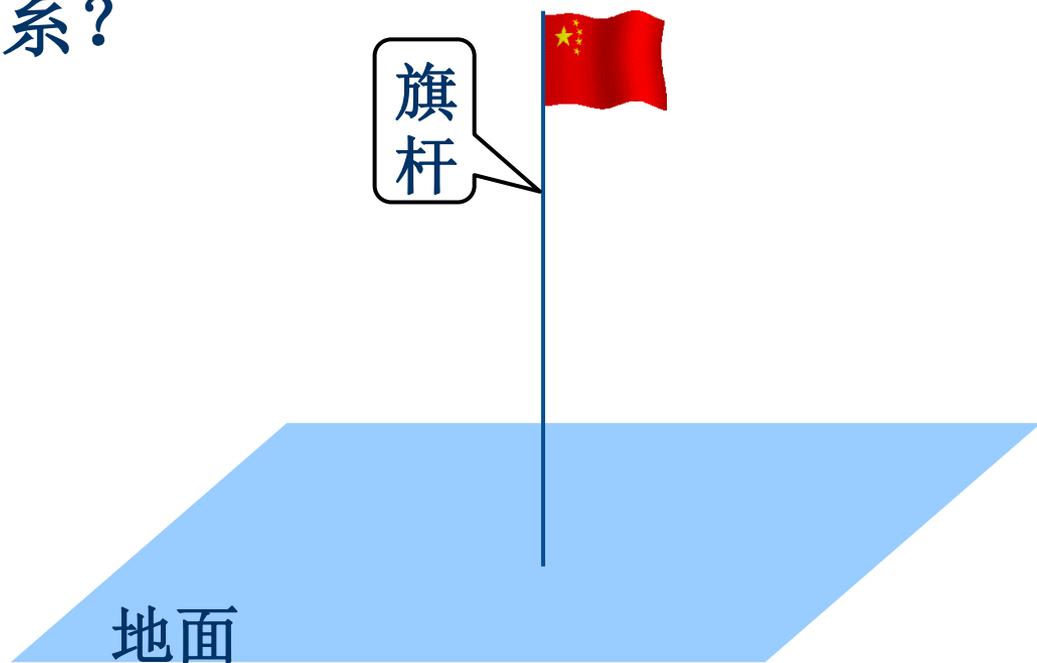
第八章 立体几何初步

## 8.6.2 直线与平面垂直 (第1课时)

淮南第四中学 王伟

## (一) 创设情境，导入新课

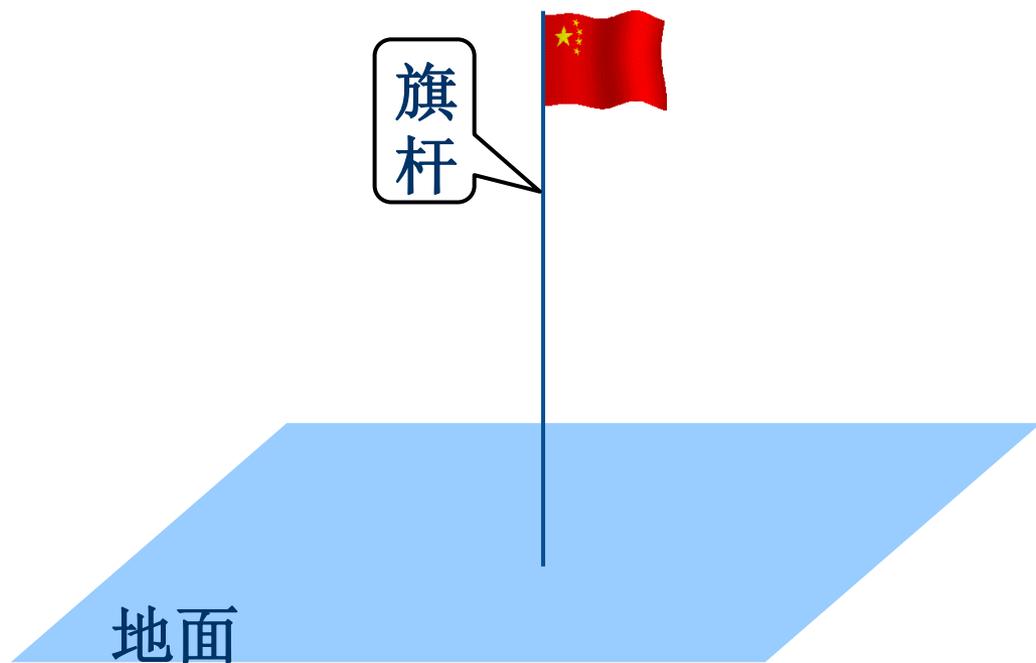
每周一我校都要举行升旗仪式，同学们观察操场上的旗杆所在的直线与地面所在的平面是何种位置关系？



如果只借助于绳子与米尺，你能检测出旗杆与地面是否垂直吗？

## (一) 创设情境，导入新课

如果只借助于绳子与米尺，你能检测出旗杆与地面是否垂直吗？



为了解决这一问题，你认为应该先做好哪些知识准备？

## (二) 直观感知，实验确认

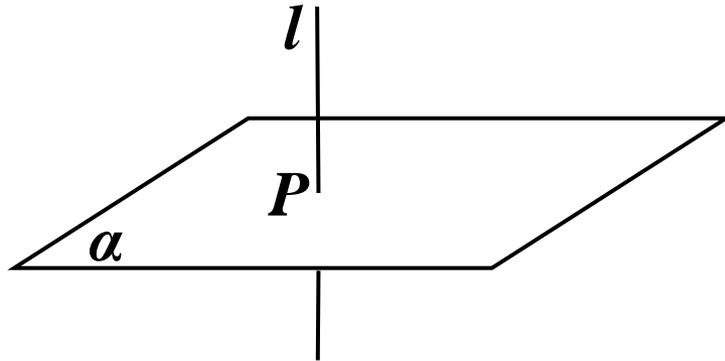
问题1：什么是直线与平面垂直？你能举出生活中直线与平面垂直的例子吗？



怎样用数学语言准确刻画直线与平面垂直？

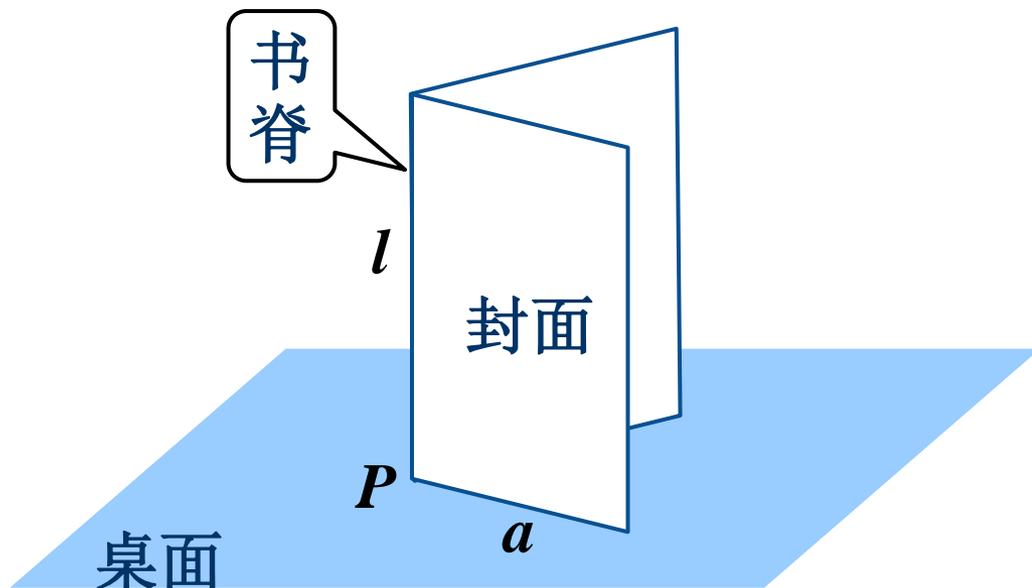
## (二) 直观感知，实验确认

问题2：如果直线  $l$  与平面  $\alpha$  垂直， $l$  与平面  $\alpha$  内哪些直线垂直？怎样验证？



## (二) 直观感知, 实验确认

实验: 如图, 把书打开一个合适的角度使之能竖立在桌面上.



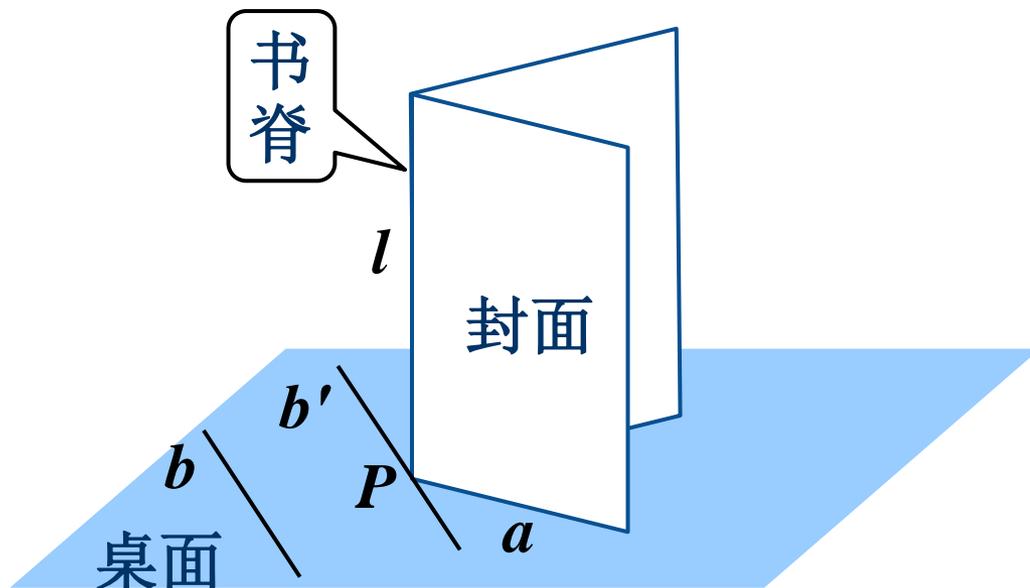
思考: (1) 书脊所在的直线  $l$  与桌面  $\alpha$  是否垂直?

(2) 平面  $\alpha$  内的直线与  $l$  有哪些位置关系?

(3) 书的封面与桌面的交线记为  $a$ , 把书的封面绕着  $l$  旋转一周,  $l$  与  $a$  有怎样的位置关系?

## (二) 直观感知, 实验确认

(4) 怎样验证平面  $\alpha$  内与  $l$  不相交的直线与  $l$  垂直?

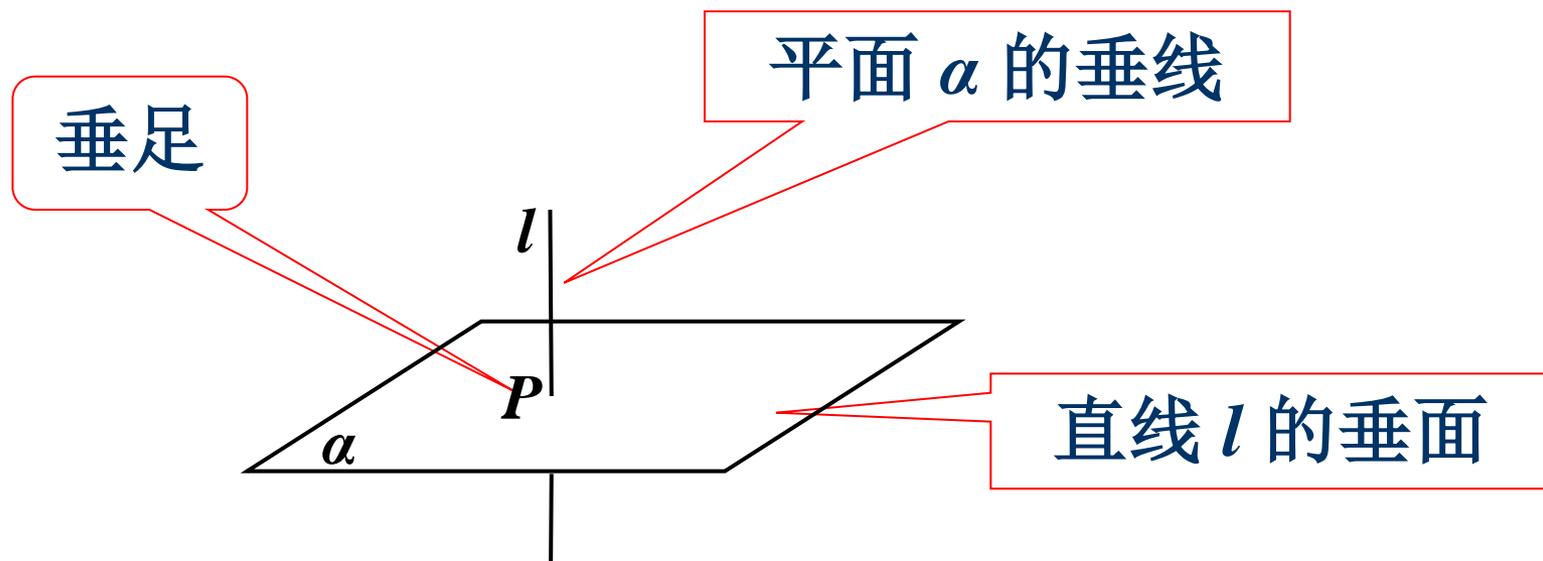


根据以上实验的结果, 你能概括出“直线与平面垂直”的定义是什么吗?

## (二) 直观感知，实验确认

### 1. 直线与平面垂直的定义

如果直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的任意一条直线都垂直，则称直线  $l$  与平面  $\alpha$  互相垂直，记作  $l \perp \alpha$  .



## (二) 直观感知，实验确认

问题3：判断下列说法是否正确，为什么？

(1) 如果直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的一条直线垂直，则  $l$  与  $\alpha$  垂直.

(2) 如果直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的无数条直线垂直，则  $l$  与  $\alpha$  垂直.

(3) 如果直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的所有直线都垂直，则  $l$  与  $\alpha$  垂直.

(4) 如果直线  $l$  与平面  $\alpha$  垂直，则  $l$  与  $\alpha$  内的所有直线都垂直.

根据上述辨析，你能体会到定义的作用有哪些吗？

## (二) 直观感知, 实验确认

$$\left. \begin{array}{l} \forall a \subset \alpha \\ l \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow l \perp \alpha \quad (\text{线线垂直} \Rightarrow \text{线面垂直})$$

$$\left. \begin{array}{l} l \perp \alpha \\ a \subset \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow l \perp a \quad (\text{线面垂直} \Rightarrow \text{线线垂直})$$

定义的双重作用——既是直线与平面垂直的判定依据, 也可以作为直线与平面垂直的性质使用.

### (三) 操作模型，归纳定理

问题4：（1）如果根据定义来判断直线与平面垂直，需要怎样做？是否方便实施？

（2）类比获得线面平行、面面平行的判定定理的思维过程，思考一下由“线面垂直定义”到“线面垂直判定”的研究思路或方法。

化空间问题为平面问题

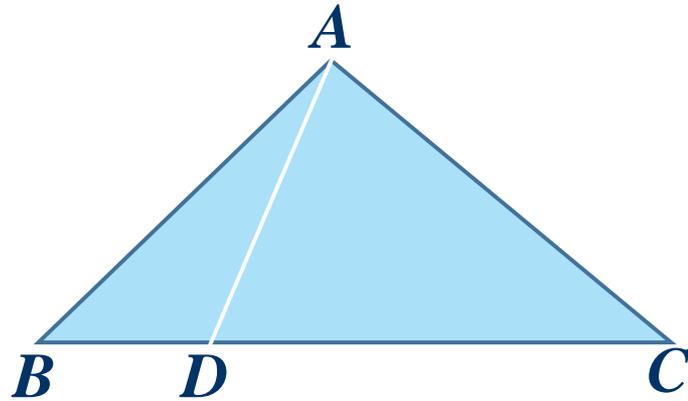
化无限验证为有限验证

化繁为简

（3）要判定直线与平面垂直，至少需要该直线与平面内几条直线垂直就可以了？

### (三) 操作模型，归纳定理

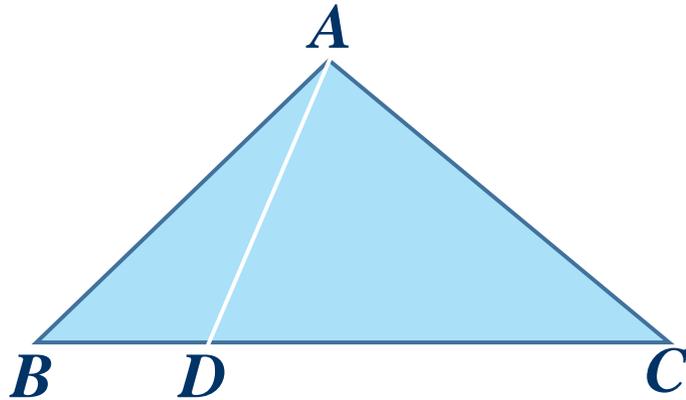
问题5：如图所示，拿出准备好的一块三角形纸片 $ABC$ ，过 $\triangle ABC$ 的顶点 $A$ 翻折纸片，得到折痕 $AD$ ，将翻折后的纸片竖起放置在桌面上（ $BD$ ， $DC$ 与桌面接触）。



- (1) 折痕 $AD$ 与桌面垂直吗？为什么？
- (2) 如何翻折才能保证折痕 $AD$ 与桌面垂直？怎样验证？

### (三) 操作模型，归纳定理

问题5：如图所示，拿出准备好的一块三角形纸片 $ABC$ ，过 $\triangle ABC$ 的顶点 $A$ 翻折纸片，得到折痕 $AD$ ，将翻折后的纸片竖起放置在桌面上（ $BD$ ， $DC$ 与桌面接触）。



(3) 你认为导致折痕 $AD$ 与桌面的原因是什么？

(4) 如果桌面内与 $AD$ 垂直的两条相交直线不过点 $D$ ， $AD$ 与桌面是否垂直？

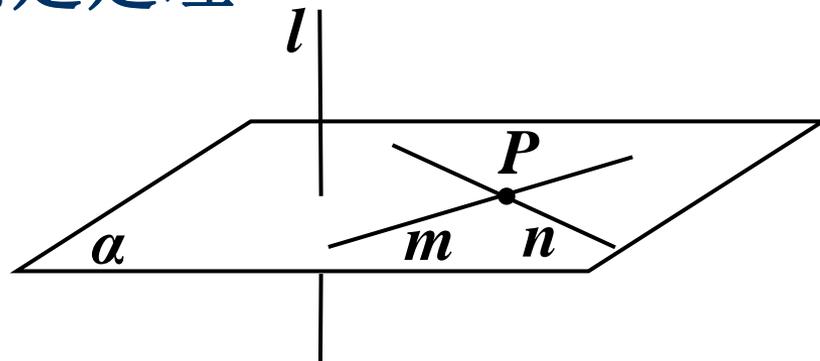
### (三) 操作模型，归纳定理

问题6：从以上实验观察的结果，你能归纳出直线与平面垂直的充分条件吗？

## (三) 操作模型，归纳定理

### 2. 直线与平面垂直的判定定理

(1) 图形表示：



(2) 文字语言： 一条直线和一个平面内的**两条相交直线都垂直**，则这条直线垂直于这个平面。

(3) 符号语言：

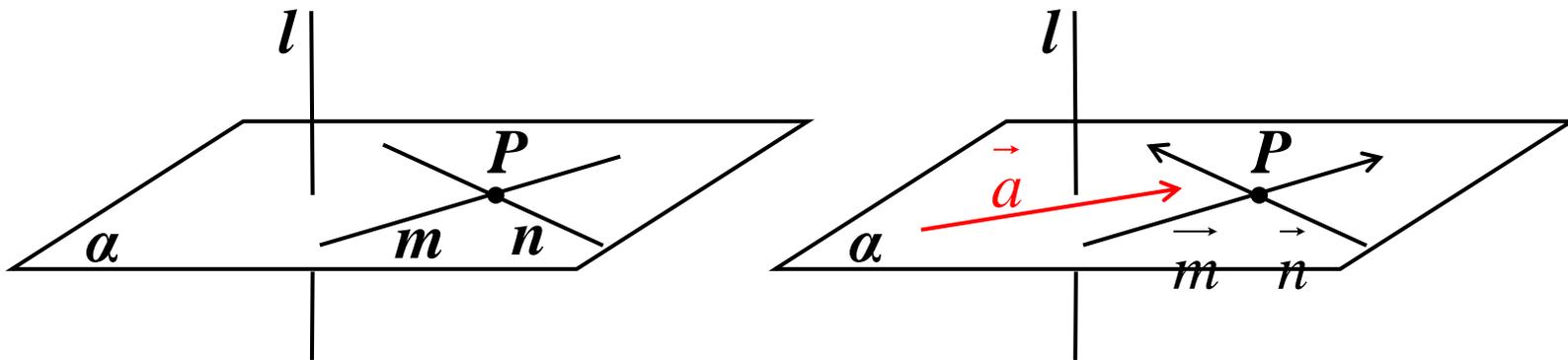
$$m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \cap n = P, l \perp m, l \perp n \Rightarrow l \perp \alpha.$$

简记为： 线线垂直  $\Rightarrow$  线面垂直

**线不在多，相交则行**

### (三) 操作模型，归纳定理

问题7：两条相交直线可以确定一个平面，两条平行直线也可以确定一个平面，“两条相交直线”是否可以改为“两条平行直线”？

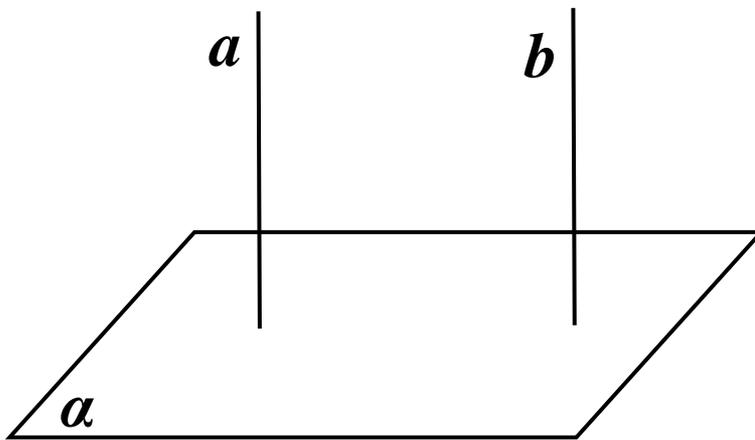


你能从向量的角度解释原因吗？

## (四) 应用新知，推理论证

问题8：如果两条平行直线中的一条直线垂直于一个平面，那么另一条直线和这个平面位置关系怎样？你能证明这个命题吗？

例1. 如图，已知 $a \parallel b$ ， $a \perp \alpha$ ，求证： $b \perp \alpha$ .



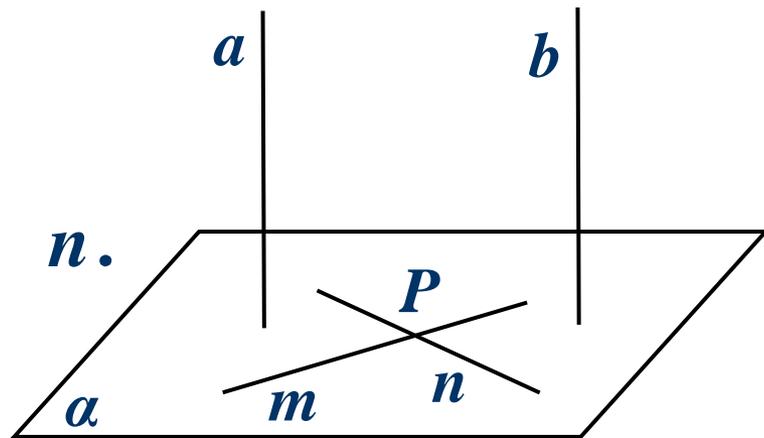
## (四) 应用新知，推理论证

例1. 如图，已知 $a \parallel b$ ， $a \perp \alpha$ ，求证： $b \perp \alpha$ .

证明：（利用判定定理）

在平面 $\alpha$ 内作两条相交直线 $m$ ， $n$ .

因为直线 $a \perp \alpha$ ,



根据直线与平面垂直的定义知 $a \perp m$ ， $a \perp n$ .

（线面垂直 $\Rightarrow$ 线线垂直）

又因为 $a \parallel b$ ,

所以 $b \perp m$ ， $b \perp n$ ,

又 $m \subset \alpha$ ， $n \subset \alpha$ ， $m$ ， $n$ 是两条相交直线，

所以 $b \perp \alpha$ .

（线线垂直 $\Rightarrow$ 线面垂直）

## (四) 应用新知，推理论证

例1. 如图，已知 $a \parallel b$ ， $a \perp \alpha$ ，求证： $b \perp \alpha$ .

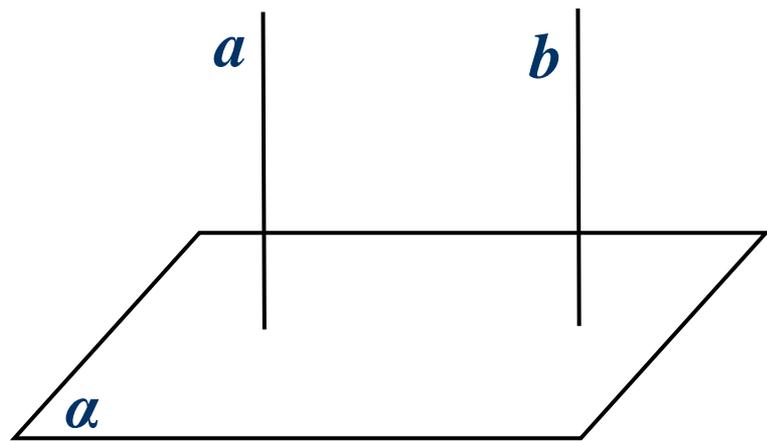
你能利用直线与平面垂直的**定义**证明这个命题吗？

证明： 因为直线 $a \perp \alpha$ ,

根据直线与平面垂直的定义知： $a$ 垂直于 $\alpha$ 内任意一条直线，

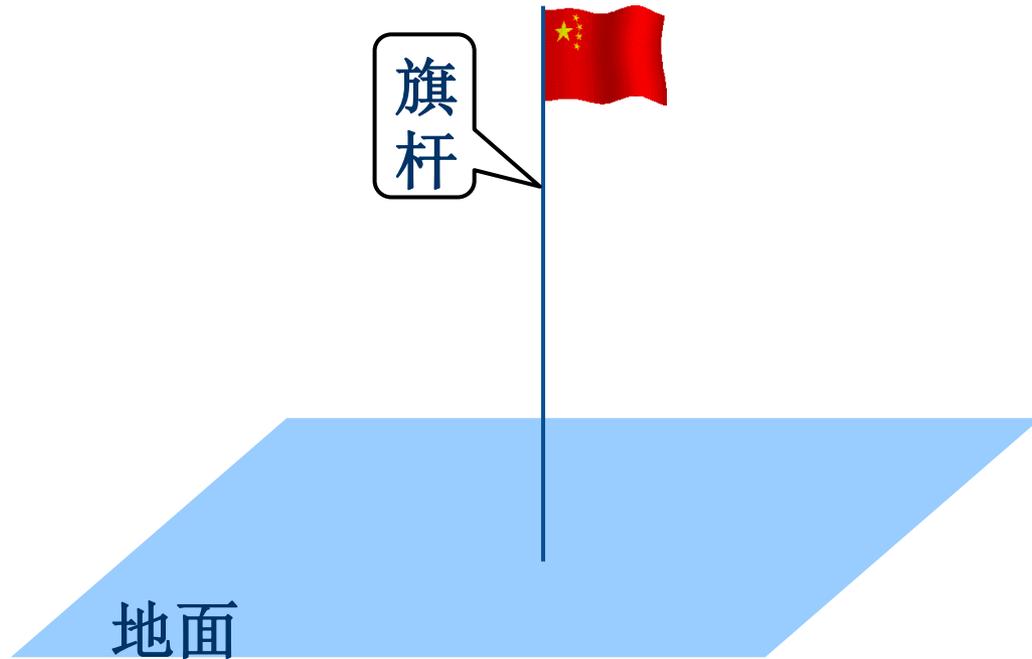
又因为 $a \parallel b$ ，所以 $b$ 垂直于 $\alpha$ 内任意一条直线，

所以 $b \perp \alpha$ .



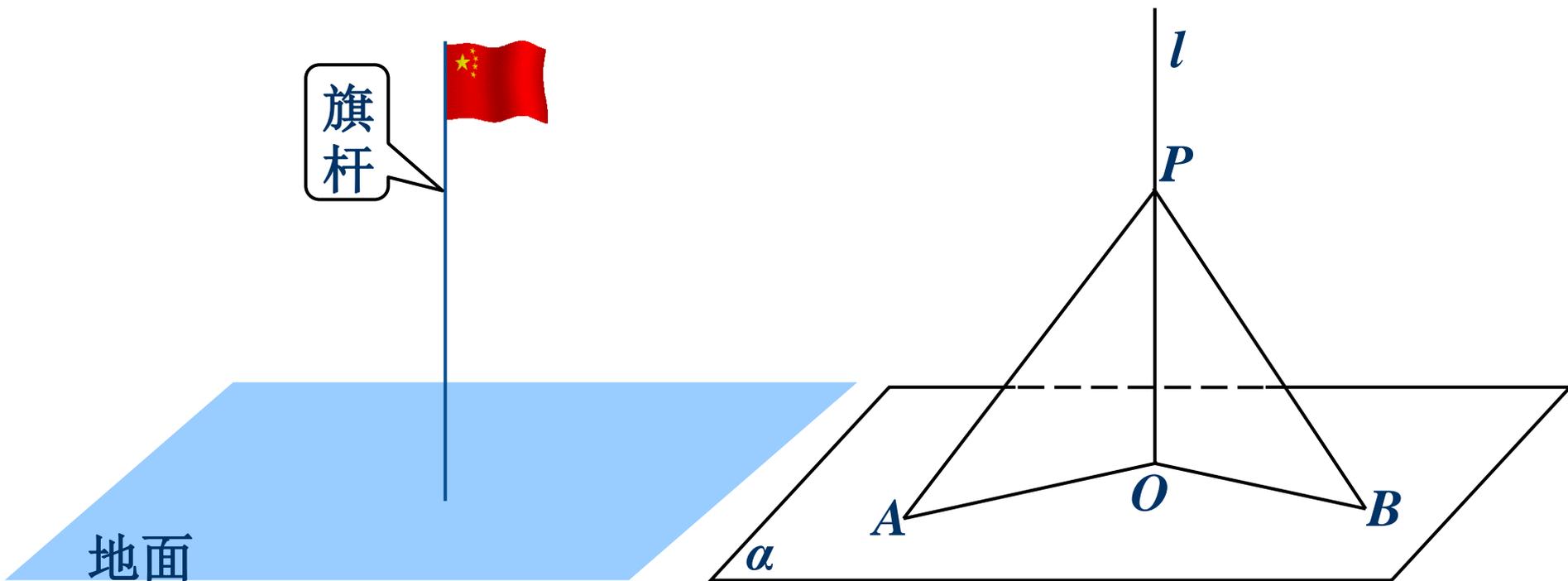
## (四) 应用新知，推理论证

问题9：回到本节课开头提出的问题：如果只借助于绳子与米尺，你能检测出旗杆与地面是否垂直吗？



## (四) 应用新知，推理论证

问题9：回到本节课开头提出的问题：如果只借助于绳子与米尺，你能检测出旗杆与地面是否垂直吗？

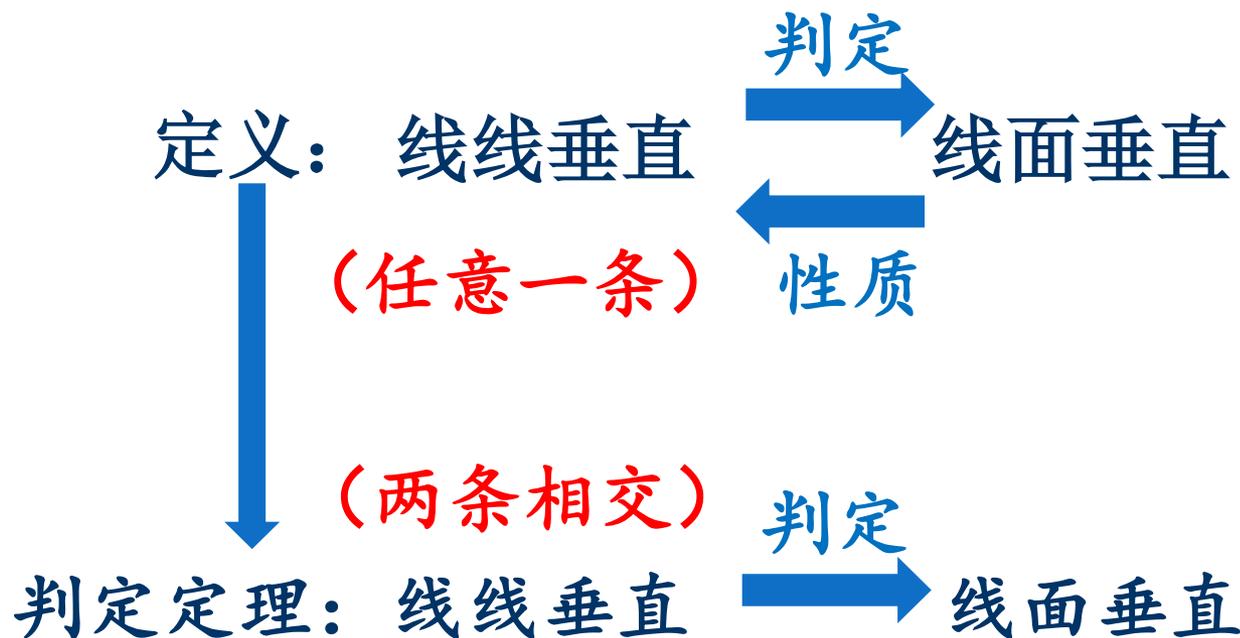


$A$ ,  $B$ ,  $O$ 三点应满足什么位置关系？

## (五) 梳理新知，提炼思想

1. 本节课你学会了哪些知识？

2. 本节课的学习内容和过程体现了哪些数学思想方法？



空间问题转化为平面问题  
无限验证转化为有限验证

化繁为简，以简驭繁

## **(六) 布置作业，检测目标**

**教科书第152页练习第2，3，4题。**