第二课时

课　　题

§　3.1.2　导数的概念(二)——瞬时速度

教学目标

一、教学知识点

物体在时刻 t 的瞬时速度的概念.

二、能力训练要求

1.掌握用极限给瞬时速度下的精确的定义.

2.会运用瞬时速度的定义，求物体在某一时刻的瞬时速度.

3.理解足够小、足够短的含义.

三、德育渗透目标

1.培养学生解决实际问题的能力.

2.平均速度与瞬时速度是互相联系、辩证统一的，培养学生联系的、辩证统一的思想.

3.培养学生严谨的科学态度.

教学重点

知道了物体的运动规律，用极限来定义物体的瞬时速度，学会求物体的瞬时速度.

教学难点

理解物体的瞬时速度的定义.

教学方法

启发式

据高中物理上给瞬时速度下的定义，以及进行的直观描述，利用已学过的极限知识，进行精确地刻画.让学生自己根据极限的定义，来定义物体的瞬时速度.

教学过程

Ⅰ.课题导入

［师］在物理中学习直线运动的速度时，已经学习了物体的瞬时速度的有关知识，现在我们从数学的角度重新来认识一下瞬时速度.

Ⅱ.讲授新课

［师］物理课本上瞬时速度是如何定义的？

［生］运动物体经过某一时刻(某一位置)的速度，叫做瞬时速度.

［师］那怎么来理解瞬时速度，物理课本上有具体的阐述吗？

［生］有.要确定物体在某一点 A 处的瞬时速度，从 A 点起取一小段位移 AA_1，求出物体在这段位移上的平均速度，这个平均速度可以近似地表示物体经过 A 点的瞬时速度.

［师］这一小段的位移 AA_1，有什么要求吗？是不是越小越好？

［生］是越小越好.当位移足够小时，物体在这段时间内的运动可认为是匀速的，所得的平均速度就等于物体经过 A 点的瞬时速度了.

［师］我们现在已经了解了一些关于瞬时速度的知识，知道了物体作直线运动时，它的运动规律用函数表示为 $s=s(t)$，也叫做物体的运动方程或位移公式.现在有两个时刻 $t_0,t_0+\Delta t$，问从 t_0 到 $t_0+\Delta t$ 这段时间内，物体的位移、平均速度各是多少？

［生］位移为 $s(t_0+\Delta t)-s(t_0)$，

平均速度为 $\dfrac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$.

(一边讲一边老师板书)

［师］根据对瞬时速度的直观描述，当位移足够小，现在位移由时间 t 来表示，也就是

说时间足够短时，平均速度就等于瞬时速度.怎么来刻画时间足够短呢？现在是从 t_0 到 $t_0+\Delta t$，这段时间是 Δt.

［生］时间 Δt 足够短，就是 Δt 无限趋近于 0.

［师］当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度就越接近于瞬时速度，用极限如何表示瞬时速度呢？

［生］$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$.

［师］所以当 $\Delta t\to 0$ 时，平均速度的极限就是瞬时速度.

［板书］$s=s(t)$.

从 t_0 到 $t_0+\Delta t$ 的位移(位置增量)

$\Delta s=s(t_0+\Delta t)-s(t_0)$($\Delta t$ 称时间增量).

平均速度 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$.

瞬时速度 $v=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\bar{v}$

$=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$.

［师］下面我们用具体的例子来验证，比较一下.

［板书］物体自由落体的运动方程 $s=s(t)=\dfrac{1}{2}gt^2$,

其中位移单位：m,时间单位：s，g=9.8 m/s^2

求 $t=3$ 这一时刻的速度.

解：取一小段时间［3，3+Δt］,

位置改变量 $\Delta s=\dfrac{1}{2}g(3+\Delta t)^2-\dfrac{1}{2}g\,3^2=\dfrac{g}{2}(6+\Delta t)\Delta t$.

平均速度 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}=\dfrac{1}{2}g(6+\Delta t)$.

Δt	1	0.1	0.01	0.001	0.0001	…
V	3.5g	3.05g	3.005g	3.0005g	3.00005g	…

瞬时速度 $v=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\bar{v}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{1}{2}g(t+\Delta t)=3g=29.4$ m/s.

由匀变速直线运动的速度公式得

$v=v_0+at=gt=g\,3=3g=29.4$ m/s.

(用两种方法算结论是相同的)

［板书］

1.物体的瞬时速度

如果物体的运动规律是 $s=s(t)$，那么物体在时刻 t 的瞬时速度 v，就是物体在 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内，当 $\Delta t\to 0$ 时平均速度的极限，即

$$v=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}.$$

2.例题

［例 1］已知质点 M 按规律 s=2t^2+3 作直线运动(位移单位：cm,时间单位：s)，(1)当 t=2，Δt=0.01 时，求 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$；

(2)当 t=2，Δt=0.001 时，求 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$；

(3)求质点 M 在 t=2 时的瞬时速度.

［师生共析］Δs 即位移的改变量，Δt 即时间的改变量，$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 即平均速度，当 Δt 越小，求出的 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 越接近某时刻的速度.

［学生板演］

解：$\because \frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}$

$=\frac{2(t+\Delta t)^2+3-(2t^2+3)}{\Delta t}$

=4t+2Δt,

∴(1)当 t=2，Δt=0.01 时，

$\frac{\Delta s}{\Delta t}$=4×2+2×0.01=8.02 (cm/s).

(2)当 t=2，Δt=0.001 时，

$\frac{\Delta s}{\Delta t}$=4×2+2×0.001=8.002(cm/s).

(3) $v=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}$(4$t$+2$\Delta t$)=4$t$=4×2=8(cm/s).

［师］当 t=2，Δt=-0.01,Δt=-0.001，…时，$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 的值会怎样？

［板书］

t=2	Δt	-0.01	-0.001	-0.0001	…
	$\frac{\Delta s}{\Delta t}$	7.98	7.998	7.9998	…

$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 的值也趋近于 t=2 时的瞬时速度 8.

∴$\Delta t\to 0$ 时，$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$=8.

［例 2］(2004 年陕西省高考模拟试题)某一物体的运动规律为 s=t^3-t^2+2t+5(其中 s 表示位移，t 表示时间，单位：s).则物体在 2s 时的瞬时速度为_____________.

［师生共析］Δs 即位移的改变量，Δt 即时间的改变量，$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 即瞬时平均速度.

解：$\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{(2+\Delta t)^3-(2+\Delta t)^2+2(\Delta t+2)+5-13}{\Delta t}=\frac{(\Delta t)^3+5(\Delta t)^2+10\cdot\Delta t}{\Delta t}$

=$(\Delta t)^2$+5·Δt+10.

∴当 $\Delta t\to 0$ 时，

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\lim_{\Delta x\to 0}(\Delta t^2+5\cdot\Delta t+10)$$

=10,即为 t=2 时的瞬时速度.

Ⅲ.课堂练习

一球沿一斜面自由滚下，其运动方程是 s=s(t)=t^2(位移单位：m,时间单位：s)，求小球在 t=5 时的瞬时速度，并与运用匀变速直线运动速度公式求得的结果进行比较.

［分析］要运用匀变速直线运动速度公式 $v=v_0+at$,首先要求出初速度 v_0 与加速度 a，可以根据运动方程来求.自由滚下，v_0=0,

∵s=t^2,∴$\frac{1}{2}a=1$,a=2.

解：①瞬时速度 $v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{s(5+\Delta t)-s(5)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{(5+\Delta t)^2-5^2}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}(10+\Delta t)$

=10 (m/s).

②∵球沿斜面自由滚下，

∴v_0=0 m/s.

∵$\frac{1}{2}a=1$,∴a=2 (m/s^2).

∴瞬时速度 v=2t=2×5=10 (m/s).

∴用两种方法求得的结果相同.

Ⅳ.课时小结

［师］这节课主要学习了什么？要记住什么？

［生］这节课主要学习了物体运动的瞬时速度的概念，它是用平均速度的极限来定义的,主要记住瞬时速度公式

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{s(5+\Delta t)-s(5)}{\Delta t}.$$

Ⅴ.课后作业

(一)课本 P_{114} 习题 3.1　1、2、3.

(二)1.预习内容：课本 $P_{111\sim112}$ 导数的概念

2.预习提纲：

(1)导数的概念、记法.

(2)求函数 $y=f(x)$在点 x_0 处的导数的方法.

(3)导函数的概念.

(4)导数与连续的关系.

板书设计

§　3.1.2　导数的概念(二)——瞬时速度

s=s(t).

从 t_0 到 $t_0+\Delta t$ 的位移.

平均速度.

瞬时速度.

物体自由落体运动.

①列表，由极限求瞬时速度.

②由匀变速直线运动的速度公式求物体的瞬时速度.

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}.$$

例 1.

已知质点 M 按规律 $s=2t^2+3$ 作直线运动，

(1)当 $t=2$, $\Delta t=0.01$ 时,求 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$；(2)当 $t=2$，$\Delta t=0.001$ 时,求 $\frac{\Delta s}{\Delta t}$；(3)求质点 M 在 $t=2$ 时的瞬时速度.

例 2.

课堂练习

一球沿一斜面自由滚下，其运动方程是 $s=s(t)=t^2$,求小球在 $t=5$ 时的瞬时速度，并与运用匀变速直线运动速度公式求得的结果进行比较.

课后作业