

## 《二元一次方程与一次函数》教学设计

### 一、教材分析：

方程和函数都是刻画现实世界中量与量之间变化规律的重要模型. 本节内容是在学生学习一次函数、二元一次方程（组）后，再从函数的角度即“形”的角度对二元一次方程重新认识、重新分析，渗透两者之间的内在联系，旨在用函数与方程的结合，提高应用函数知识分析、解决实际数学问题的能力. 它不是简单的回顾复习，而是居高临下的进行动态分析，运用数形结合思想，帮助学生从整体上认识二元一次方程及二元一次方程组的过程，为学生学会学习、学会探究的核心素养奠定良好基础.

### 二、学情分析：

(1) 从心理特征来说，八年级学生的思维已逐步从直观的形象思维为主向抽象的逻辑思维过渡，而且具备一定的信息收集的能力，对新事物充满好奇心，具有探索意识.

(2) 从知识技能来说，学生在前面已经学习过一次函数，会求一次函数的表达式和画一次函数的图象，在本章前面几节课中，又从代数的角度研究了二元一次方程组的有关概念、解法和应用，具备从另一个角度了解和研究二元一次方程组与一次函数的基本技能.

(3) 从数学学习经验来说，在相关知识的学习过程中，学生已经分别利用一次函数和二元一次方程组解决了一些问题，积累了从“形”和“数”的角度解决问题的经验；同时在以前的数学学习中学生已经经历了很多探究、类比、合作学习的过程，具有了本节课学习的能力.

### 三、教学目标：

1. 通过学生的思考和探索，使学生理解二元一次方程与一次函数的关系，理解二元一次方程（组）的解与一次函数图象上的点（交点）的关系.

2. 通过学生的思考和探索，能根据二元一次方程组求两个一次函数的交点和利用一次函数求二元一次方程组的近似解；

3. 通过学生的自主探索，合作交流得出方程和函数之间的对应关系，加强新旧知识的联系，培养学生的数形结合的意识 and 能力，同时在经历同一数学知识可用不同的数学方法解决的过程中，培养学生的创新意识和变式能力.

### 四、教学重难点：

教学重点：探索二元一次方程（组）和一次函数的关系，掌握二元一次方程组的图

象解法，探究函数与方程之间的关系，并利用它们解决有关问题.

教学难点：培养学生从“数”和“形”的多角度思考问题的能力.

教学关键：探索二元一次方程与一次函数的关系的过程.

### 五、教法学法：

1. 教法：根据以上教材分析和学情分析，为了使教学丰富有效，本节课采用探究式教学方法.从建构理论出发，注重知识的形成和发展，让学生经历“提出问题→分析问题→总结归纳→解决问题”的过程.同时教师进行必要的启发诱导，使学生的思维集中于问题的最近发展区，从而加快其形成完整的认知结构，提高他们分析问题和解决问题的能力.

2. 学法：根据以上学情分析，本节课引导学生“观察思考→探究知识→建构知识→解决问题”，这对学生来说，既是对数学探究活动的一种体验，又是掌握一种终身受用的治学方法.另外，重视学生个性化的学习需求，有意识地提高学生发现问题和解决问题的能力，培养学生的应用意识和创新意识，使学生体验在数学学习活动中探索与创造的乐趣，增强学好数学的信心.

### 六、教学过程：

#### 第一环节：类比并蒂，引入新课

从自然世界中“枝生连理，花开并蒂”的现象类比引出数学世界的一株“并蒂花”，通过对前面所学习得二元一次方程组的有关知识的简单回顾，以及前一章的一次函数，开门见山地提出本节课所要研究的内容——二元一次方程与一次函数.

板书课题：§ 5.6 二元一次方程（组）与一次函数.

【设计意图】利用并蒂花引入，不仅能快速地吸引学生的注意力，引发求知欲，又能生动形象的展现出“数”与“形”之间的紧密联系，为接下来的探究活动做好好好准备.

#### 第二环节：层层推进，探究新知

#### 数学活动一：二元一次方程与一次函数的关系

##### 问题组 1:

- 1.你能把二元一次方程  $x+y=5$  改写成  $y=$ \_\_\_\_\_的形式吗？
- 2.一次函数  $y= -x+5$  也可以通过变形得到相应的二元一次方程吗？
- 3.任意的二元一次方程与对应的一次函数都可以进行这样的转化吗？

总结：每个二元一次方程都对应一个一次函数，每个一次函数也对应着一个二元一次方程，即二元一次方程与对应的一次函数可以互相转化.

**【设计意图】** 研究二元一次方程与一次函数的关系是本课的重点，通过移项，将二元一次方程转化为一次函数的形式，反之亦可得到，引导学生直观感受，从而自然实现了二元一次方程和一次函数的相互转化。

### 数学活动二：二元一次方程的解与一次函数图象上的点的关系

#### 问题组 2:

1. 二元一次方程  $x+y=5$  的解有多少个？请你写出方程的几个解，把以这几个解为坐标的点在坐标系中描出来。（学生给出点坐标，教师用几何画板一一展示）

2. 如果再给出一些以方程的解为坐标的点，你能发现什么规律吗？（教师利用几何画板展示更多符合方程  $x+y=5$  的点，帮助学生发现这些点在一条直线上的特征，进而引出下一个问题）

3. 这些点是否在某个一次函数图象上？为什么？

4. 反之，在一次函数  $y=-x+5$  图象上任取一点，它的坐标适合方程  $x+y=5$  吗？

**总结：** 以二元一次方程的解为坐标的点都在相应的一次函数图象上；一次函数图象上的点的坐标都适合相应的二元一次方程。

**【设计意图】** 活动一已经研究了二元一次方程与对应的一次函数可以互相转化，坚持从特殊到一般的探究方式，所以活动二首先借助几何画板描出几组二元一次方程的解为坐标的点，学生直观感受以二元一次方程的解为坐标的点的轨迹是一条直线，而直线就是一次函数  $y=-x+5$  的图象，再从图象着手，在一次函数  $y=-x+5$  上任取一点，通过几何画板再次展示点的坐标符合方程  $x+y=5$ ，数学活动一从“数”的角度说明二元一次方程与一次函数表达式可以通过变形互相转化，数学活动二从“形”的角度说明以二元一次方程的解为坐标的点组成的图象与相应的一次函数的图象相同，是一条直线，让学生从“数”和“形”两方面加深对二元一次方程和一次函数关系的理解。

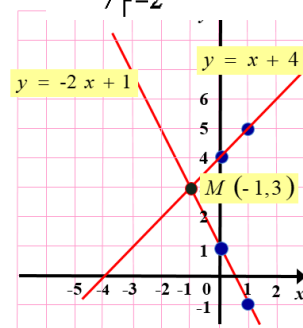
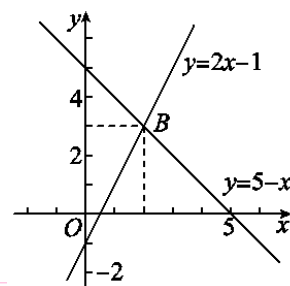
### 数学活动三：二元一次方程组（的解）与一次函数（图象的交点）的关系

#### 问题组 3:

1. 在同一坐标系中分别画一次函数  $y=2x-1$  与  $y=5-x$  的图象，这两个图象有交点吗？

2. 交点坐标与二元一次方程组  $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=5-x \end{cases}$  解有什么关系？

3. 求二元一次方程组  $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-y=-4 \end{cases}$  的解。你有哪些方法？



(加减消元法、代入消元法、图象法)

解: 由题可得:  $y = -2x + 1$ ,  $y = x + 4$

在同一坐标系中画出两个一次函数的图象:

两个一次函数的交点坐标为  $M(-1, 3)$

所以原二元一次方程组的解为  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$

4. 一次函数图象是直线, 那么直线一定是一次函数吗?

5. 什么是二元一次方程组?  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$  是二元一次方程组吗?

6. 二元一次方程组  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$  的解是什么? 还能用图象法来求该方程组的解吗? 你是

如何思考的?

**总结:**

1. 一次函数图象是直线, 但直线不一定是一次函数;
2. 二元一次方程组对应两条直线, 不一定对应两个一次函数;
3. 一般地, 从图形角度看, 确定两条直线交点的坐标, 相当于求相应的二元一次方程组的解; 解一个二元一次方程组相当于确定两条直线交点的坐标.

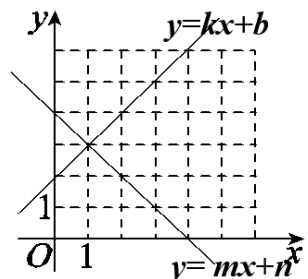
**【设计意图】**以“问题串”的形式探究二元一次方程组(的解)与一次函数(图象的交点)的关系, 启发引导学生探索知识的形成过程, 层层深入, 剖析问题的本质, 培养了学生独立分析思考问题的能力和数学转化的思想意识. 通过自主探索, 使学生初步体会“数”与“形”之间的对应关系, 由学生自主学习, 自然地建立了数形结合的模式, 培养了学生的创新意识和变式能力.

**数学活动四: 应用二元一次方程与一次函数的关系解决问题**

**问题组 4:**

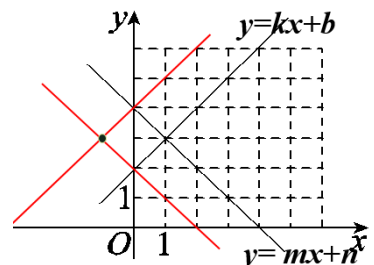
1. 如图, 直线  $y = kx + b$  与  $y = mx + n$  交于点  $(1, 3)$ , 则方程组

$\begin{cases} y = kx + b \\ y = mx + n \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ . (学生分析, 口答)



2. 变式练习: 直线  $y = kx + b$  与  $y = mx + n$  交于点  $(1, 3)$ , 则

方程组  $\begin{cases} y = -kx + b \\ y = -mx + n \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ . (学生讨论后全班交流不



同做法)

**【设计意图】**此环节为学习后的应用反馈，教师鼓励学生自主探究、合作交流，变式练习学生分别运用对称性、整体思想求解此题，并且对于不同解法的理解形成了讨论，学生相互启发补充，问题得以解决. 两个问题由浅入深，由基本练习到变式练习设置，既了解学生基本知识的掌握情况，巩固对二元一次方程（组）和一次函数关系的理解，又在此基础上切身感受到了数形结合思想的应用，培养学生对知识整合和举一反三的能力，使学生获得一些研究问题的方法和经验，发展了思维能力.

### 数学活动五：二元一次方程组的解的三种情况

#### 问题组 5:

1. 二元一次方程组的解有哪些情况？
2. 你能求出下列方程组的解吗？

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = -4 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$

3. 你能用画图象的方法求出以上二元一次方程组的解吗？
4. 你发现了什么？

总结：二元一次方程组的解的个数与一次函数图象的交点个数之间的关系：

- ① 方程组有一组解  $\longleftrightarrow$  一次函数的图象相交(有一个交点)
- ② 方程组无解  $\longleftrightarrow$  一次函数的图象平行(无交点)
- ③ 方程组有无数个解  $\longleftrightarrow$  一次函数的图像重合(有无数个交点)

**【设计意图】**首先让学生根据经验直观判断二元一次方程组解的情况，再给出三个二元一次方程组对比得到解的不同情况，而在求解的过程中，学生又提出“数”和“形”两种不同的分析角度，从而给出图形展示，更加深了对方程组解的图形解释的理解，又更进一步感受到数形结合思想的应用，为高中解析几何的学习做铺垫.

### 第三环节：检测反馈，归纳小结

#### 1. 课堂检测：

(1) 一次函数  $y=5-x$  与  $y=2x-1$  图象的交点为(2, 3), 则方程组  $\begin{cases} y = 5 - x \\ y = 2x - 1 \end{cases}$  的解为  $\underline{\underline{\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}}}$ .

(2) 若二元一次方程组  $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ , 则函数  $y=-x+3$  与  $y=x-1$  的图象

的交点坐标为 (2, 1).

(3) 方程组  $\begin{cases} 2x+y=-2 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$  有 0 组解.

## 2. 课时小结:

(1) 通过本节课, 你收获了什么? 学到了哪些知识, 学会了哪些方法, 体会到哪些思想, 积累了哪些经验等等.

(2) 你还有问题或者困惑吗?

并在此基础上进行梳理知识, 总结方法, 体会思想. 最后用华罗庚先生的话: “数缺形时少直观, 形少数时难入微; 数形结合百般好, 隔离分家万事非” 总结全课.

**【设计意图】** 本环节围绕教学目标, 从知识、思想、经验三方面进行归纳总结, 帮助学生从感性认识升华到理性认识, 养成归纳总结的习惯. 提问环节, 则是有意识的培养学生发现问题、提出问题的能力和创新意识. 同时, 进行有价值的课堂检测, 来反馈教学效果, 进一步领悟数形结合的思想, 并培养学生良好的学习习惯.

## 第四环节: 布置作业, 巩固新知

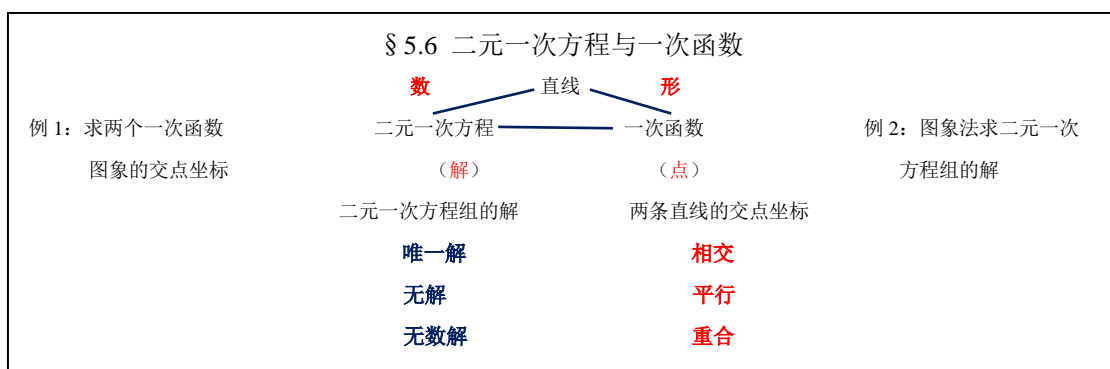
1. 作业: (1) 课本 P124 习题 5.7: 1、2、3;

(2) 预习下一课时.

2. 思考题: 直线  $y=kx+b$  与  $y=mx+n$  交于点 (1,3), 则方程组  $\begin{cases} y=-kx+b \\ y=-mx+n \end{cases}$  的解为

$\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$ . 你还能编出这样的方程组, 并利用条件求出它的解吗?

## 七、板书设计:



## 八、教学评价：

数学是思维的体操，数学学习的目标之一就是发展学生的思维能力。一堂有思维深度的数学课，应该从思维水平、思维形式、思维品质等不同维度培养学生的高层次思维能力。王静老师执教的《二元一次方程与一次函数》，就是通过一系列数学活动，用从浅到深的一连串问题引导学生深入思考，使学生不仅学会具体的数学知识和基本技能，还能领悟其蕴含的数学思想方法，积累解决数学问题的基本经验，进一步发展学生的思维水平。

从本节课的设计来看，王老师首先对教材进行了充分的整合，紧紧抓住学生思维的最近发展区，以数学知识的发生、发展、应用过程的内在逻辑为基础，以学生的探究、训练、思维发展水平为主线，充分考虑学生的认知水平与思维能力，设计多个有思维含量的问题，并借助现代信息技术，一点一滴的引导，让学生在亲身实践中去体验、去感悟，提升学生的思维水平，努力培养学生的多角度、多方向思考问题的方式，逐步培养学生的高层次思维能力，进一步发展学生的核心素养。

课堂上，王老师逐步引导学生从二元一次方程与一次函数的形式彼此可以互相转化，到二元一次方程的解与一次函数图象上的点彼此对应，最后将“枯燥”的二元一次方程与“直观”的直线紧紧相连，打通“从数到形、从形到数”的畅通之路，最终在学生的中心开出一束永不凋零的“数形”并蒂花！