

《§ 6.1.1 平方根（第1课时）——算术平方根》教学设计

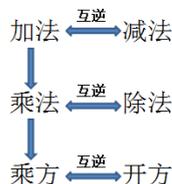
一、教学内容及其解析

本节课是概念探究课，是义务教育课程标准实验教科书《数学》（人教版）七年级下册第6章《实数》第一节的内容。从《课程标准》来看，初中阶段主要学习有理数和实数，它们是“数与代数”领域的重要内容。对于有理数和实数，人教版初中阶段共安排三个章节的内容，分别是七上第一章《有理数》，七下第六章《实数》和九上第二十一章《二次根式》。本节课为今后学习平方根、二次根式及实数等奠定基础，而且是后续学习勾股定理和解一元二次方程等内容的预备知识。

从教学内容看，揭示算术平方根概念的本质是这节课的关键。教学活动中，可从学生熟悉的实际问题情境出发，设计问题“学校举行美术作品比赛，作品尺寸不能大于 26 dm^2 ，小欧裁出边长 5.1 dm 的正方形画布作品能否符合要求”，从而激发兴趣展开探究。引导学生猜想，面积是 1, 4, 9, 16, 25 等这些对应边长是整数的正方形，再引导学生猜想面积是 0.04, 0.25, 12.25, 20.25 等这些对应边长不是整数的正方形。还要引导学生说猜想的依据，逐步发现利用正方形边长与面积的关系 $s=a^2$ ，通过边长的大小找到符合要求的正方形美术作品，反之，对面积符合要求的正方形画布，能猜测出正方形的边长大小。研究面积为 26 dm^2 的正方形画布的存在性，尝试把问题退到更简单的面积为 2 dm^2 的情况，研究一类问题解决的方法。利用网格找面积是 2 dm^2 和 26 dm^2 的正方形，让学生初步认识无理数，由实际问题全方位、多角度分析、总结，抽象算术平方根的概念。

从发展学生思维的角度，关注猜想和探究活动是抽象算术平方根概念的关键，应鼓励学生大胆猜想，抽象数学模型。通过寻找幂的底数进行求一个非负数的算术平方根的过程，感悟化归与转化思想，模型思想，方程思想，直观猜想。这节课也是联系数学与生活的桥梁，影响着学生情感态度价值观的发展。

在发展运算能力的过程中，学生经历了先学习加法，后学习其逆运算减法，先学习乘法，后学习其逆运算除法的过程，因此在本节课中，在学生学习了乘方的基础上，思考是否乘方也有逆运算？在实数集的代数运算体系不断扩充完善的过程中，学生经历了连贯一致的知识建构的过程，了解运算之间的逻辑关联：



在学习完算术平方根之后，后续学完平方根及开方运算的定义之后，对于运算法则、性质等算理的理解会更加深刻。通过本节课，可以进一步丰富学生学习、理解算理的经验，本节课对发展学生的运算能力有着重要的作用。

二、学情分析

学生已有有理数、一元一次方程等数与代数知识的储备，会用有理数刻画现实问题，具有乘方有关概念及运算的基础，理解乘方运算的本质，对加减、乘除运算的互逆关系有了明晰的认识，拥有计算正方形等几何图形面积的技能。但是，七年级学生的数学抽象能力非常薄弱，对无理数没有认识。因此，抽象出算术平方根的概念就显得非常困难。教学中应充分利用实际问题中正方形画布的边长和面积之间的关系，抽象出数学模型，进而通过探究使学生认识到边长是无理数的情况真实存在，加深对无理数的认识，从而抽象出算术平方根的概念。具体做法是：通过寻找满足面积不大于 26 dm^2 的正方形，以表格的形式写出其面积及其对应的边长，并引导学生思考满足条件的不仅仅只有面积可写成有理数的平方的正方形，还存在不能写成有理数平方的正方形，从而产生算术平方根的概念，且正方形的边长就是正方形面积的算术平方根。

三、教学目标及其解析：

1. 让学生在观察、探索等活动中，获得对非负数的算术平方根特点的认识，进而得到算术平方根的概念。
2. 会用文字语言和符号语言表示一个数的算术平方根，会求一个非负数的算术平方根。
3. 在求算术平方根的过程中，感悟算术平方根的非负性，体会被开方数的大小如何影响算术平方根的大小。

4. 将求算术平方根的运算转化为求幂的底数的运算，在逆向思维中感悟化归思想，模型思想。善于主动思考，学会数学思考问题的方式，初步发展抽象思维，提高学生对问题的迁移能力。
5. 认识数学与人类生活的密切联系，初步学会用数学的眼光观察，用数学的语言表达。

四、教学策略分析：

1.问题性策略：

通过一系列的问题串（两个问题 3 个追问），引导学生主动发现，积极探索，一步步理解算术平方根概念的产生的必要性，通过生活实例理解算术平方根，启发对算术平方根算理的认识；在环节一，问题 1 中先引导学生思考边长的平方等于 26 及边长的平方等于 2 等这一类正方形的存在性，再尝试表达出它们的边长，从而思考类似问题引出算术平方根的概念，并领会算术平方根的原理与本质是由平方而来；再通过问题 2, 引导学生发现正方形边长和面积之间存在的联系，理解算术平方根，建立模型思想。了解平方根概念的基础上，利用问题 3-6 引导学生观察分析，提出问题区别正数，负数，0 的平方根的特点，总结出算术平方根的性质；通过问题 8 引导学生思考平方运算和算术平方根之间的关系，从而让学生了解乘方运算和开方运算互逆，从而了解数学知识之间的联系。

2.程序性策略：

在认知阶段，引导学生清楚算术平方根的算理过程，以具体例子让学生自己感受从平方到算术平方根的认识过程，并进行清晰示范；在联系阶段，引导学生学习算术平方根运算的步骤，从逆运算的角度理解运算，不断回到本原，固化运算技能，将运算程序化；在第三阶段，通过设计有针对性的练习，逐步实现技能自动化。

3.层次性策略：

教学过程中，根据学生的认知发展，对算术平方根的学习分三个层次：（1）理解算术平方根的生成过程；（2）会求非负数的算术平方根；（3）会用算术平方根的概念解决简单数学问题。在这个过程中不同学生不同层次的认知能力得到螺旋式发展。

从一些比较简单的数（如完全平方数、分子分母均为完全平方数的分数等）入手，引入概念，设置疑问，在活动中让学生动手操作，再根据需要，教师从方法上指导。师生合作探究、合作学习。

五、教学过程设计

环节	问题与情境	师生活动	设计意图
创设情境，引入新知。	<p>【问题1】 学校要举行美术作品比赛，作品的尺寸要求不能大于$26dm^2$，小欧裁出一块边长为$5.1dm$的正方形画布，画上自己的得意之作参加比赛，请问小欧的作品大小符合要求吗？</p> <p>【追问1】 有哪些符合要求的呢？你能举例吗？你是如何找到的呢？</p> <p>还能找到更接近的吗？</p>	<p>学生独立计算后，争先给出答案： 因为$5.1^2=26.01>26$，所以小欧的作品不符合要求。</p> <p>学生可能由$4.5<5$，计算边$4.5^2=20.25$。给出还有符合要求的面积20.25。</p> <p>预设1：学生能说出面积是$1,4,9,16,25$，且发现它们的边长也都是整数。</p> <p>预设2：学生不仅能说出面积为$1,4,9,16,25$，还能说出面积为$0.04,20.25$这样的答案。</p> <p>学生用类似的方法还能找到</p>	<p>让学生探究正方形边长与面积之间的关系。</p> <p>引导学生由面积是完全平方数直接猜出其边长。</p> <p>引导学生发现还有面积是小数的。</p>

	<p>【追问2】有面积为$26dm^2$的正方形画布吗？ 面积为$26dm^2$的正方形需要满足什么条件呢？</p> <p>找面积为$26dm^2$的正方形是有难度的，我们能否把问题退到更简单一点的情况来研究解决问题的方法。</p> <p>【问题2】你能找到面积为2的正方形画布吗？</p> <p>【追问】若存在，对应的正方形画布的边长是多少呢？</p>	<p>面积是0.04,12.25等答案. 学生会疑惑,找不出答案. 引导学生发现边长$^2=26$,发现边长介于5-5.1之间. 师生共同探究利用网格画出面积为$26dm^2$的正方形. (也可放到问题2后探究解决) 因不好画出,退到面积为$2dm^2$的正方形. 学生尝试寻找,尽可能让学生独立发现可利用边长为$1dm$的正方形网格找答案. 教师在学生思考后提出,画布的边长满足边长$^2=2$,这个边长我们无法表示出来.</p>	<p>让学生体会面积为$2dm^2$的正方形画布确实存在,认识边长是无理数. 从生活中的问题体会算术平方根的概念的生成.</p>																		
<p>实践探索,形成概念.</p>	<p>【活动1】师生共同收集问题1的数据列表格</p> <table border="1" data-bbox="209 1079 858 1294"> <tr> <td>面积</td> <td>0.04</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>20.25</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>边长</td> <td>0.02</td> <td>1</td> <td>?</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>4.5</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>师生共同探究算术平方根的概念： 一般地，如果一个正数x的平方根等于a，即$x^2=a$，那么这个正数x就叫做a的算术平方根，a的算术平方根记为“\sqrt{a}”，读作“根号a”。 规定：0的算术平方根是0，即$\sqrt{0}=0$</p> <p>【活动2】请同学们用符号表示问题1中各面积的算术平方根。</p> <p>【问题3】面积为2的正方形的边长是多少，面积的为$a,2a$呢？</p> <p>【活动3】概念辨析： (1) 5是25的算术平方根； ()</p>	面积	0.04	1	2	4	9	16	20.25	25	边长	0.02	1	?	2	3	4	4.5	5	<p>(教师板书)算术平方根的定义：一般地，如果一个正数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么这个正数x就叫做a的算术平方根，记做\sqrt{a}，读作“根号a”，a叫做被开方数.规定：0的算术平方根是0，即$\sqrt{0}=0$</p> <p>学生在练习本上书写，初步认识符号.教师引导学生表示出面积的算术平方根就是对应的正方形的边长. 学生口答. 提问学生回答并说明理由.</p>	<p>通过收集问题1数据列表格，由面积找边长抽象出算术平方根的概念。 学生在了解算术平方根及有关概念的基础上，通过对问题1的研究，进一步巩固算术平方根的概念，了解本节课的重点。 回到实际问题，让学生体会到正方形面积的算术平方根就是对应的正方形的边长。 初步理解算术平方根的定义，掌握它</p>
面积	0.04	1	2	4	9	16	20.25	25													
边长	0.02	1	?	2	3	4	4.5	5													

	<p>(2) -6是36的算术平方根; ()</p> <p>(3) 0的算术平方根是0; ()</p> <p>(4) 0.01是0.1的算术平方根; ()</p> <p>(5) 1是1的算术平方根; ()</p> <p>(6) 5的算术平方根是$\sqrt{5}$; ()</p> <p>(7)$\because \sqrt{3}$是3的算术平方根,$\therefore (\sqrt{3})^2 = 3$. ()</p> <p>【活动4】</p> <p>例题: 求下列各数的算术平方根.</p> <p>(1) 100;</p> <p>(2) $\frac{49}{64}$;</p> <p>(3) 0.000 1.</p> <p>解: (1) 因为 $10^2 = 100$, 所以 100 的算术平方根是 10, 即 $\sqrt{100} = 10$,</p> <p>(2) 因为 $(\frac{7}{8})^2 = \frac{49}{64}$, 所以 $\frac{49}{64}$ 的算术平方根是 $\frac{7}{8}$, 即 $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$,</p> <p>(3) 因为 $0.01^2 = 0.000 1$, 所以 0.000 1 的算术平方根是 0.01, 即 $\sqrt{0.0001} = 0.01$.</p>	<p>教师引导学生求解一个非负数算术平方根的思路: 因为 $()^2 = ()$, 所以 $()$ 的算术平方根是 $()$. 并转化为符号语言表达.</p> <p>第(1)题: 教师示范并板演做题的过程.</p> <p>第(2)(3)问: 学生模仿教师的步骤, 口述解题步骤, 教师书写.</p>	<p>的文字语言.</p> <p>本过程规范学生书写格式, 训练学生思维过程, 在书写与思维的碰撞过程中, 让学生体会“\sqrt{a}”的数感, 熟悉算术平方根的文字语言和符号语言.</p>
<p>学以致用, 巩固提升, 理解概念</p>	<p>【活动5】</p> <p>课堂练习:</p> <p>1. 求下列各数的算术平方根:</p> <p>(1) 0.0025; (2) 121; (3) 3^2;</p> <p>(4) $(-\frac{1}{2})^2$; (5) $-(-9)$; (6) -0.04;</p> <p>(7)3; (8)5.</p> <p>2. 你知道下列式子表示什么意思吗? 你能求出它们的值吗?</p>	<p>学生上黑板板演练习1(1)-(3), 后全班交流. 教师要学生依据算术平方根的符号表示方法准确表示, 规范书写.</p> <p>(4)-(6)完成后投影学生的练习本上的书写, 口述思考过程并交流结果, 教师引导学生明确要求的究竟是哪个数的算术平方根, 然后再遵循和前面三小题同样的思路思考并解答.</p> <p>(7)(8)教师提问, 学生回答.</p> <p>练习2请学生先口述每个式子的意思后在练习本上写</p>	<p>会求一个数的算术平方根, 并会求需要化简的数的算术平方根.</p> <p>掌握算术平方根的符号语言, 并会求其结果.</p>

	<p>(1) $\sqrt{1}$; (2) $\sqrt{\frac{9}{25}}$; (3) $\sqrt{2^2}$; (4) $-\sqrt{4}$</p>	<p>出它们的值,最后提问四位同学全班交流.</p>													
<p>总结归纳,整理新知</p>	<p>在求解了一系列非负数的算术平方根后,讨论\sqrt{a}有哪些性质?</p> <p>【问题4】什么是一个数的算术平方根?如何表示?</p> <p>【问题5】如何求一个数a的算术平方根?如求4,0,-9的算术平方根.</p> <p>【问题6】被开方数a可以是任何数吗?</p> <p>【问题7】\sqrt{a}是什么数?</p> <p>【问题8】被开方数的大小变化和对应的算术平方根的大小有什么关系?</p> <p>【问题9】由$x^2=a$,得到正数a的算术平方根$x=\sqrt{a}$,前面x^2进行的是什么运算?求正数x进行的是什么运算?</p> <p>【问题10】面积为2的正方形的边长是多少?它的大小是多少呢?</p>	<p>教师引导回顾本节课的内容,师生共同发现规律.</p> <p>学生口答,教师阐述知识间的联系.</p> <p>师讲解毕达哥拉斯学派的门徒希伯斯发现根号2的故事.</p>	<p>总结算术平方根的性质,再次强化概念,使学生对概念的理解更加准确、深刻.</p> <p>得到知识之间的联系,理解数学知识体系的产生.</p> <p>通过了解数学史,增加数学学习的兴趣,同时加深对算术平方根产生的理解.</p>												
<p>板书设计</p>	<p>6.1.1 算术平方根</p> <p>1. 定义</p> <p>一般地,如果一个正数x的平方等于a,即$x^2=a$,那么这个正数x就叫做a的算术平方根,记做\sqrt{a},读作“根号a”,a叫做被开方数.规定:0的算术平方根是0,即$\sqrt{0}=0$</p> <p>2. 性质</p> <p>① \sqrt{a} 的双重非负性 $\begin{cases} \sqrt{a} \geq 0 \\ a \geq 0 \end{cases}$</p> <p>② 被开方数越大,对应的算术平方根也越大,这个结论对所有的正数都成立.</p>	<table border="1" data-bbox="874 1279 1501 1570"> <tr> <td>正方形的面积 (dm^2)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>正方形的边长</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>例:</p> <p>解:(1) 因为 $10^2=100$, 所以 100 的算术平方根是 10, 即 $\sqrt{100}=10$.</p> <p>(2) 因为 $(\frac{7}{8})^2=\frac{49}{64}$, 所以 $\frac{49}{64}$ 的算术平方根是 $\frac{7}{8}$, 即 $\sqrt{\frac{49}{64}}=\frac{7}{8}$,</p> <p>(3) 因为 $0.01^2=0.0001$, 所以 0.0001 的算术平方根是 0.01, 即 $\sqrt{0.0001}=0.01$.</p>	正方形的面积 (dm^2)						正方形的边长						
正方形的面积 (dm^2)															
正方形的边长															
<p>课后反</p>	<p>算术平方根这节课放在平方根课程内容的前面,最主要的原因是因为算术平方根的产生是生活需要的,又</p>														

思	<p>确实存在的,需要学生从感情上接受它的存在.本节课将重点放在概念的生成上,通过生活实例的引入,体现数学来源于生活,用于生活;并且在讨论存在性的基础上刻意制造认识冲突,引出算术平方根的概念迫在眉睫又顺理成章;同时通过生活实例也让学生建立算术平方根的模式,加深对概念的理解.从学生课堂的反应来看,也比较顺畅.</p> <p>在例题示范时,引导学生求算术平方根从平方运算着手,强调学生尽量按照格式规范,在写的过程中从逆向运算的角度理解算术平方根运算,回到本原,固化技能;活动3在课堂练习时对学生出现的问题及时展示并辨析,从而加深对算术平方根非负性的理解;通过让学生对算术平方根符号语言的解析,不仅让学生加强算术平方根符号语言的认识,也体会到了数学符号语言在解决数学问题的优越性,进一步发展学生的数学符号感.</p> <p>通过问题的方式回顾本节课的知识,并提升总结规律,让学生进一步加强对算术平方根的认识,感悟算术平方根的非负性,体会被开方数的大小如何影响算术平方根的大小.</p> <p>通过分析算术平方根和平方之间的联系和数学文化背景故事,进行激发学生学习数学的兴趣及积极去探索乘方和开方运算的积极性,课后不少同学都留下问开方运算,还有同学提出对平方是负数的情形,让学生不仅学到知识,更重要的是研究数学积极探索.</p> <p>本节课上课时也有一点细节的问题没有注意到,比如在例1第(2)小题演示时,忘记加括号,课后也有学生提出此问题.我们教学的对象是学生,最重要的是学生的理解和认识,这节课还需根据学生的理解情况继续探究.</p>
----------	---

六、课堂教学目标检测.

1. 81 的算术平方根是 ()

- A. ± 9 B. 9 C. -9 D. 3

【设计意图】 本题考查学生对算术平方根概念的理解.

2. 求下列各式的值:

(1) $\sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$, $-\sqrt{0.49} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\pm\sqrt{\frac{64}{81}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【设计意图】 学生在了解正数 a 的算术平方根的表示基础上,用数学符号表示正数 a 的平方根,体会数学符号在数学解决问题的优越性,进一步发展学生的数学符号感.

3. 如果 $\sqrt{y} = 1.5$, 那么 y 的值是 ()

- A. 2.25 B. 22.5 C. 2.55 D. 25.5

【设计意图】 本题考查学生对算术平方根概念及符号语言的理解.

4. 计算 $\sqrt{(-2)^2}$ 的结果是 ()

- A. -2 B. 2 C. 4 D. -4

【设计意图】 本题考查学生对算术平方根概念及符号语言的理解.

5. 以下叙述中错误的是().

- A. 0.5 是 0.25 的算术平方根 B. $\pm\sqrt{0.25} = 0.5$

C. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 4.

D. 0 的算术平方根是 0

【设计意图】 本题考查学生对算术平方根概念的理解, 以及用符号语言、文字语言表示平方根.

6. 下列各式是否有意义? 为什么?

$$-\sqrt{2}, \sqrt{-3}, \sqrt{(-3)^2}, \sqrt{\frac{1}{10^2}}$$

【设计意图】 本题考查学生对算术平方根符号语言的理解及被开方数非负性的理解.

7.(1) 算术平方根是本身的数是_____;

(2) 若 13 是 m 的算术平方根, 则 m 是_____.

【设计意图】 本题考查学生对算术平方根概念的理解及文字语言的理解.

8. 已知 $2x+1$ 的算术平方根是 $\pm\sqrt{5}$, 求 x 的值.

【设计意图】 本题考查学生对算术平方根概念理解的理解程度, 体会算术平方根的文字语言和符号语言.