

## 25.3 用频率估计概率

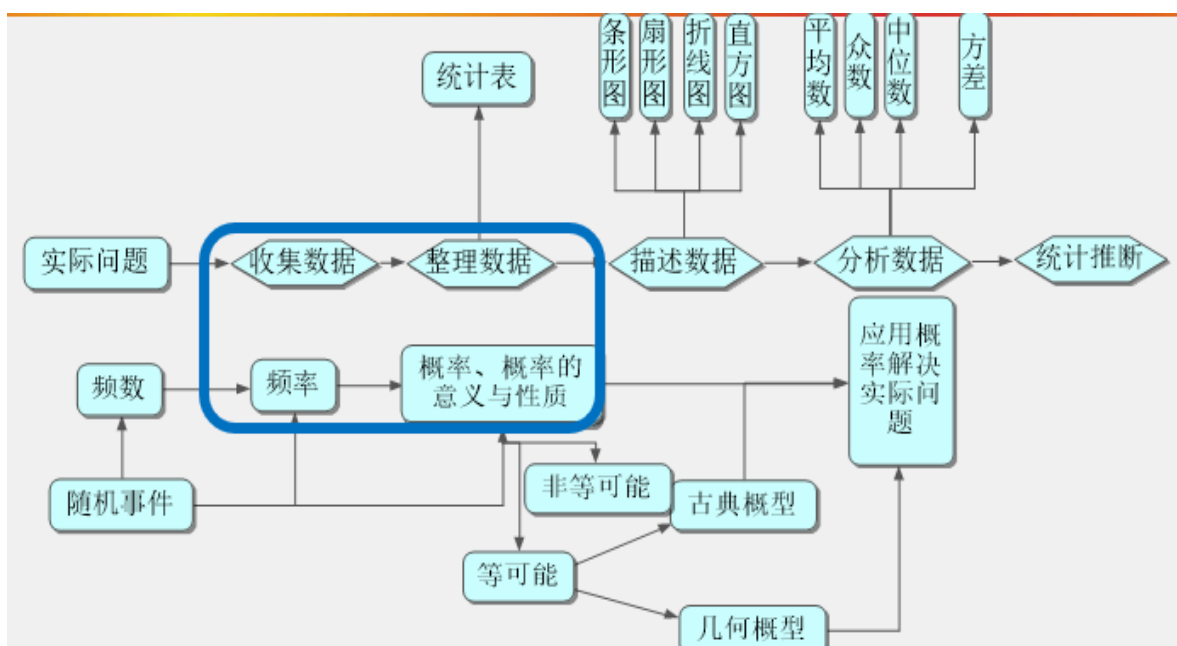
### 一、内容和内容分析

#### 1. 内容：

人教版《义务教育教科书·数学》九年级上册“25.3 用频率估计概率”第一课时。

#### 2. 内容解析：

用频率估计概率属于“统计与概率”领域，统计的学习是在实际问题中通过经历统计全过程，根据统计结果做出简单的判断和预测。概率是刻画随机事件发生可能性大小的数值，通过获得随机事件发生的概率可以解决一些实际问题。通过下面的知识结构图可以看出，随机事件发生的频数和频率是可以通过统计的方法得到的，需要统计的知识，本节内容就是在运用统计的方法进一步研究概率。



本节课是《概率初步》这一章的第三节，从整个单元的教学上看是学生学习了随机事件与概率，初步了解了概率的意义，能用列举法求一些简单等可能事件的概率之后，对概率的进一步研究。本节课将从统计试验结果频率的角度研究一些随机试验中事件的概率，让学生从频率的角度进一步认识概率的意义，概率反映的规律是针对大量重复试验而言。用频率估计概率不受随机试验中结果种数有限和各种结果发生等可能的限制，适用的范围比列举法更广。

本节的研究内容是频率和概率，频率是随机的，在试验前不能确定，概率是确定的数，是客观存在的。随机事件发生的频率呈现出规律性，随着试验次数的增加。一个事件出现的频率总是在一个固定数的附近摆动，显示出一定的稳定性。因此，可以通过大量的重复试验，用一个随机事件发生的频率去估计它的概率。

从知识类型上看属于原理性知识，频率与概率的关系是学生认同能够用频率估计概率，并能够在遇到简单问题时主动想到要用频率估计概率解决问题的基础。

基于此分析本节的教学重点是：探究频率与概率的关系。

## 二、目标和目标解析

### 1. 目标

(1) 通过抛掷硬币、摸球等随机试验，了解频率与概率的联系与区别，知道通过大量重复试验，可以用频率估计概率。

(2) 会用频率估计概率的方法解决简单问题。

### 2. 目标解析

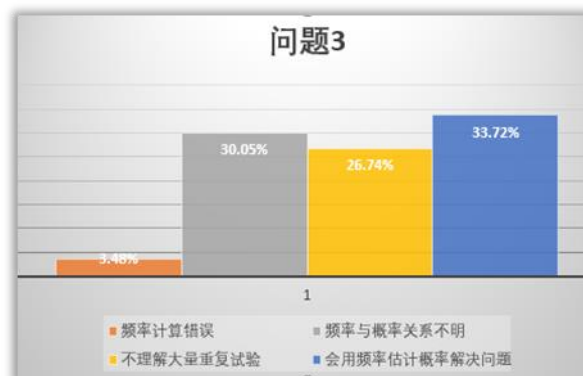
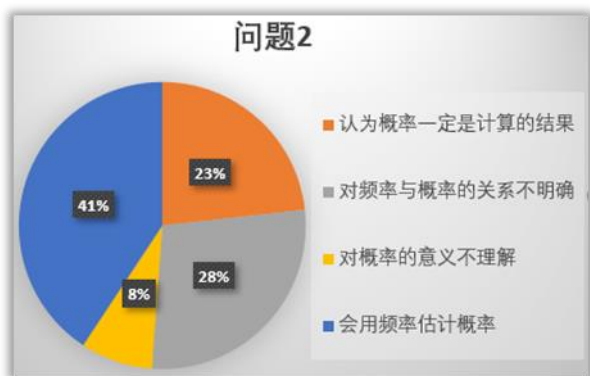
达成目标(1)的标志是：学生能够运用统计知识分析数据，感受频率具有随机性，在大量重复试验时显示出稳定性；结合具体试验感受频率与概率的区别与联系，明确地知道除了用列举法求概率，还可以用频率估计概率，这种方法得出的概率与用列举法求出的概率不矛盾，并且相对于列举法适用范围更广。

达成目标(2)的标志是：学生在面对无法直接求得概率的问题时，能主动想到通过试验用频率估计概率，在设计试验并实施的过程中能关注到大量、重复这两个关键点，并能根据统计的频率合理地估计概率。

## 三、学生学情分析

知识储备：学生已经了解了随机事件和概率的有关概念，能用列举法求试验结果种数有限且各种结果等可能的随机事件的概率。

学习情况调查：对往届九年级学生进行调研。（问卷后附）



从学习效果的测试结果看，发现约70%的学生对于概率的含义，频率的特点，频率与概率的关系认识不清，导致此现象的原因在于学生经历的试验不够充分，对两个概念的关系讨论不足。

本节内容的难点来自两个角度，一是知识本身，频率的随机性和稳定性并存，学生同时理解存在障碍；二是学生的学习经验，以往的学习都是对确定性的分析，此内容是对不确定性的分析，学生的认知方式需要转变。基于此教学中学生在对试验数据进行分析的基础上，参与合作讨论探究问题，对于频率和概率反复交替认识，逐层对频率的随机性和稳定性进行分析，进而强化对概率含义的认识。充分经历各种简单试验，在过程中加深对用频率估计概率方法的理解。

基于以上分析本节课的教学难点设定为：正确理解频率和概率的关系。

## 四、教学策略分析

学生经历抛硬币的试验，通过概率含义的追问引出通过试验探索频率与概率的关系，学生亲自动手试验获得数据，从数据中发现规律，初步感受频率呈现的随机性和规律性（围绕概率值波动）。通过随机模拟大量重复试验，试验次数增

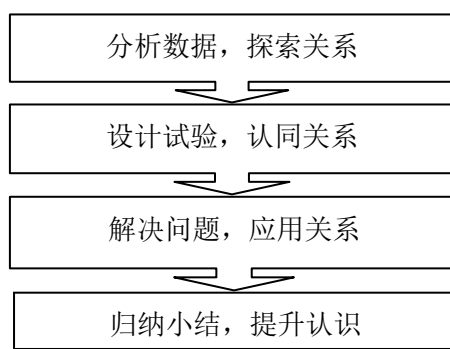
加频率越来越稳定，进一步发现频率与概率的关系。通过比对试验结果，加深对稳定性和随机性的理解。频率与概率两个概念始终交替出现，分散难点，达成目标。

通过设计试验解决摸球的问题，加深认同频率与概率的关系，又能进一步理解用频率估计概率的过程，对于这个未知概率的问题试验次数少时频率波动大，试验次数增加稳定性出现的可能性较大，检验结果后发现概率与估计值相同，进而形成用频率估计概率的方法。在理性分析的前提下进行试验操作，再回归到理性分析，既有思考又有实践，动手与动脑相结合更有助于学生理解频率与概率的关系。

设计投掷图钉的试验解决问题，对于这个未知概率的问题，且概率不能通过列举法求出，学生能够主动应用新学习的方法，独立设计试验解决问题，进一步培养学生的随机观念和统计意识。

## 五、教学过程设计

### 教学流程：



### 【环节一】 分析数据，发现关系

活动 1 收集各组课前预习作业的数据并进行整理分析。

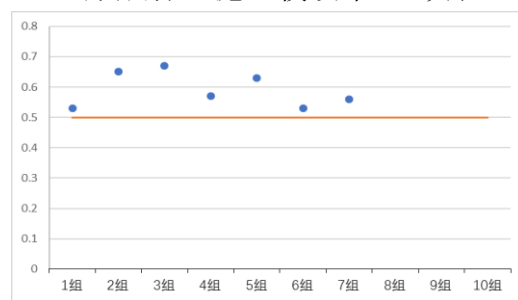
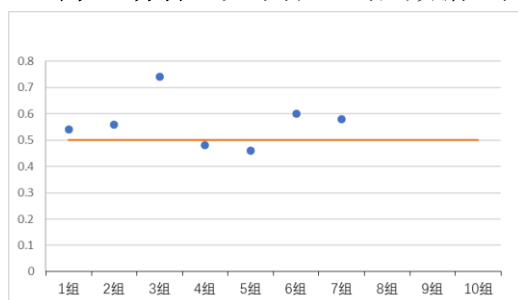
**课前作业：** 抛掷一枚硬币 100 次，分别统计抛掷 50 次，100 次和 200 次时“正面向上”出现的频数，计算频率，填写表格。

#### 作业要求：

1 号同学 抛掷硬币，约达 1 臂高度，硬币落地静止，报告试验结果  
 2 号同学 用划记法记录试验结果  
 3 号同学 监督，尽可能保证每次试验条件相同，确保试验的随机性，填写表格。

**问题 1** 抛掷一枚质地均匀的硬币，“正面向上”的概率为 0.5，是否意味着抛掷一枚硬币 50 次时，就会有 25 次“正面向上”呢？抛掷一枚硬币 100 次时，各组的“正面向上”的频数是 50 吗？请各组汇报试验数据。

**师生活动：** 统计各组试验数据，利用 Excel 形成各组抛一枚硬币 50 次和 100



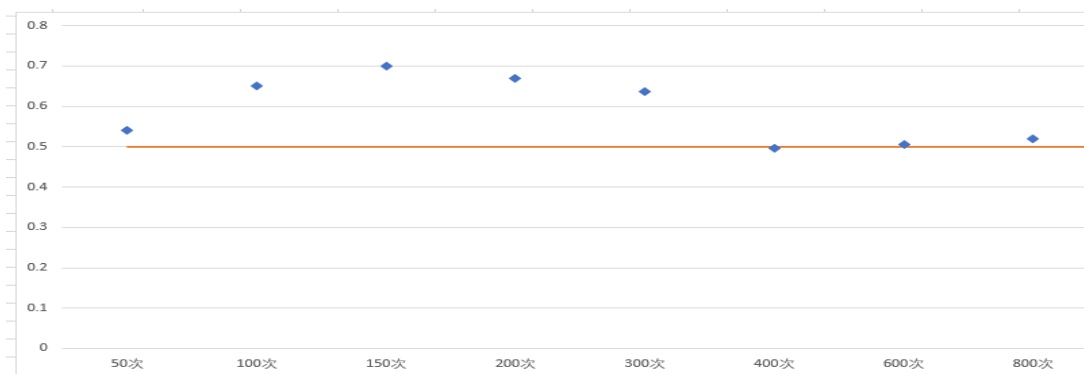
次“正面向上”的频率散点图. 分析统计图, 体会频率与概率的区别并能够初步感受频率可能与概率存在关系.

**设计意图:** 对已有数据进行收集和描述, 体会频率的随机性, 培养随机观念.

### 活动 2 增加数据, 初步发现稳定性

**问题 2 如果重复试验次数增多, 结果会如何呢?**

抛掷次数 $n$	50	100	150	200	300	400	600	800	1000
“正面向上”的频数 $m$									
“正面向上”的频率 $\frac{m}{n}$									

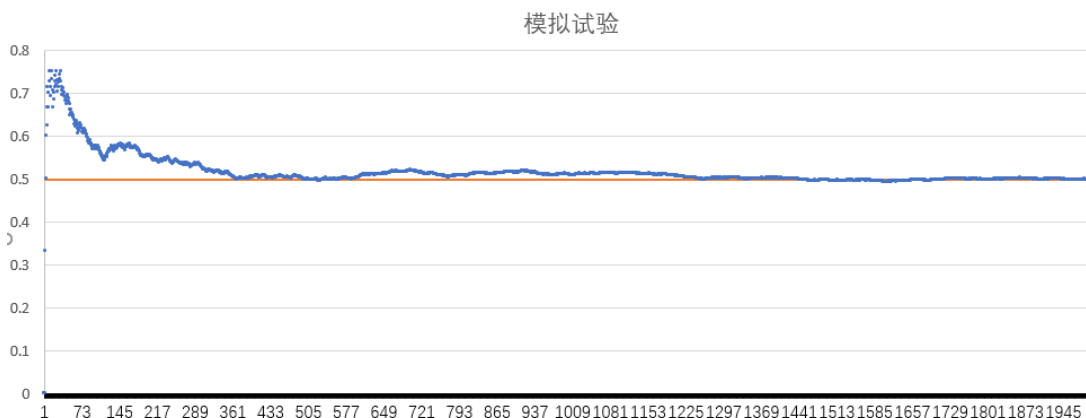


**师生活动:** 师生讨论, 由于试验条件基本相同, 可以用逐步累加各组数据的方法近似地模拟重复试验次数不断增多的情况, 教师组织学生整理试验数据, 并对生成的频率统计图进行分析.

**设计意图:** 全班合作对分组试验获得的数据进行整理和分析, 鼓励和引导学生初步探索数据中隐藏的规律, 提高学生的统计意识, 进一步理解概率的意义.

### 活动 3 软件模拟, 完善关系

**问题 3 随着重复试验次数的增加, “正面向上”的频率的变化趋势是什么?**



**师生活动:** 教师利用投硬币模拟软件演示一组投硬币 2000 次的模拟试验, 学生将模拟试验的结果与全班真实试验的结果做比较, 归纳发现: 正面向上的频率在 0.5 左右摆动, 随着抛掷次数的增加, 在 0.5 左右摆动的幅度越来越小的可能性变大. 学生发现, 由于随机事件的随机性, 每组试验得到的频率分布都不尽相同, 但都无一例外的显示出, 在做大量重复试验时频率表现出稳定性; 试验次数较少时, 频率表现出随机性的可能性很大, 随着重复试验次数的不断增加, 频

率表现出稳定性的可能性越来越大。

**设计意图：**引导学生进一步理解，频率具有随机性，在做大量重复试验时，随着试验次数的增加，频率表现出稳定性，逐渐能够完整表述频率与概率的关系。

**问题 4** 阅读另外四次模拟抛掷硬币 2000 次的试验数据图表（见附录），你读出哪些信息？

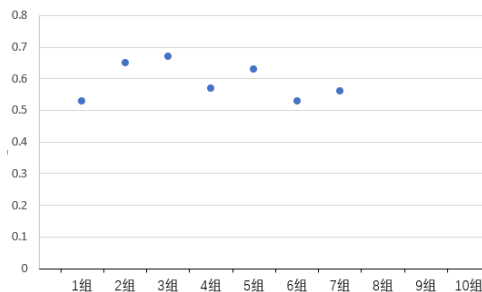
**师生活动：**学生阅读图表，验证频率与概率的关系，进一步认可，在做大量重复试验时，随着试验次数的增加，频率表现出稳定性。由于随机事件的随机性，各次模拟的频率分布图均有不同，但都显示出在做大量重复试验时频率表现出稳定性。

**设计意图：**通过多次模拟试验，进一步验证频率与概率的关系是正确的，发现试验次数多时频率更多的呈现稳定性。同时感受不论试验次数是多少，都存在频率偏离概率较大的可能性，只是这种可能性在多次重复试验的前提下变小。初步形成了对于这个抛掷硬币的简单试验的概率可以通过频率进行估计的观念。

**师生活动：**擦除模拟抛一枚硬币 2000 次“正面向上”的频率散点图中表示概率的直线，基于现有的频率分布情况，学生能够估计此未知概率事件发生的概率是 0.5，再擦除学生抛掷硬币 100 次中表示概率的直线，学生的估计并不是 0.5，分析估计不准确的原因，是试验次数少，频率分布不稳定，大量重复试验当频率稳定时才能够估计得相对准确。



**设计意图：**本环节通过对抛掷硬币这个已知概率的试验获得频率的分析，引导学生形成用频率估计概率的方法。通过两次“擦线”的对比，学生能够发现对于此随机试验，可以用频率估计概率，并且随着试验次数的增加，频率表现出稳定性时所估计的概率相对准确。



教师出示历史上一些抛掷硬币试验的结果，引导学生分析数学家反复进行抛硬币试验的原因在于对没有证明过的结论需要反复验证其真实性。

**设计意图：**学生逐渐认识到即使是科学家在没能准确证明的情况下也需要进行大量重复试验来验证发现的规律。学生课堂经历的发现规律的过程与数学发展的真实过程是一致的，学生经历科学家研究问题的过程，了解证明的必要性。

## 【环节二】 设计试验，认同关系

### 活动 4 摸球问题

**活动 4.1 问题呈现：**在不透明的箱子中，有红色和黄色两种除颜色外无其他差别的 5 个小球。在不打开箱子的前提下，每次随机摸出一个小球后放回，你能说出箱子里面有几个黄球吗？

**活动 4.2 试验设计：**学生通过讨论发现解决问题的关键在于要知道摸到黄球的概率，仿照课前预习作业设计摸球试验。

**活动 4.3 实施试验：**在试验过程中知道需要大量重复试验，可以累加数据得到较大试验次数，对于数据是否稳定需要检验。

**活动 4.4 问题解决：**通过频率估计摸出黄球的概率从而求得黄球的个数。

**师生活动：**学生小组合作设计试验，分享交流后执行试验，利用图形计算器统计试验结果，绘制频率分布图，利用频率估计概率，从而解决问题。进一步发现对于此概率未知的问题也可以利用频率估计概率，形成用频率估计概率的方法。

学生总结归纳获得概率的方法，教师给出：对一般的随机事件，在做大量重复试验时，随着试验次数的增加，一个事件出现的频率，总是在一个固定数的附近摆动，显示出一定的稳定性。频率稳定性规律不但由人们大量的生活实践所验证，还由数学家雅各布·伯努利给出了严格的证明。

**设计意图：**通过分析摸球问题，发现解决问题的关键是获得事件的概率，经历解决问题的过程，学生进一步认同用频率估计概率的方法。体会到对于概率未知的随机事件仍然可以使用频率估计概率的方法解决。通过设计试验方案，更加明确“重复”与“大量”的含义。两个环节分别从学生已知概率的问题，和未知概率（但是概率可计算）的两个角度让学生逐步认同用频率估计概率的方法。

## 【环节三】 解决问题，应用关系

**问题 5** 投一枚图钉，你能估计出“钉尖朝上”的概率吗？

**师生活动：**学生讨论，发现由于无法确定“钉尖朝上”、“钉尖朝下”的可能性是否相等，不能用列举法求这个随机事件的概率，有必要采用新学的方法——用频率估计概率。

**设计意图：**对于未知概率的事件（概率不可计算求得），学生进一步意识到用频率估计概率是一种获得随机事件的概率的新方法，它的适用范围比用列举法求概率更广。对于这个不能求出概率的问题，学生能够独立设计试验，完整的说明运用频率估计概率的全过程，加深对规律和方法的理解。

## 【环节四】 总结反思，加深认识

教师与学生一起回顾本节课所学主要内容，并请学生回答以下问题：

1. 目前我们学习了哪些求随机事件概率的方法？
2. 说说你对频率与概率之间关系的认识。

**设计意图：**归纳小结，巩固频率的稳定性规律和用频率估计概率的方法。

### 摸球试验任务：

- 1 各小组重复、随机摸球，统计得到“摸出黄球”的频率
- 2 检验频率能否达到稳定
- 3 用频率估计概率
- 4 检验估计是否正确

## 布置作业任务单

### 作业任务单

1. 用频率估计概率：完成投图钉试验

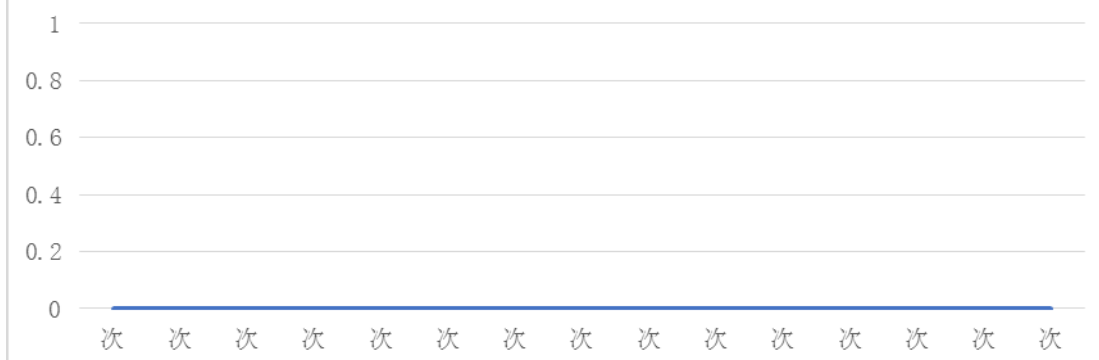
试验设计：

人员分工：

数据统计：

试验次数										
事件发生的频数 $m$										
事件发生的频率 $\frac{m}{n}$										

事件发生的频率



结论：

2. 说一说生活中利用频率估计概率的具体事件。

**设计意图：**巩固用频率估计概率的方法，解决实际问题。激发学生继续探究的兴趣，再次体会“用频率估计概率”的方法在非古典概型问题中的应用价值。

### 六、目标检测设计

下表是某班同学随机投掷一枚硬币的试验结果。

抛掷次数 $n$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
“正面向上”次数 $m$	22	52	71	95	116	138	160	187	214	238
“正面向上”频率 $\frac{m}{n}$	0.44	0.52	0.47	0.48	0.46	0.46	0.46	0.47	0.48	0.48

下面有三个推断：

①表中没有出现“正面向上”的频率是 0.5 的情况，所以不能估计“正面向上”的概率是 0.5；

②这些次试验投掷次数的最大值是 500，此时“正面向上”的频率是 0.48，所以“正面向上”的概率是 0.48；

③投掷硬币“正面向上”的概率应该是确定的，但是大量重复试验反映的规律并非在每一次试验中都发生；

其中合理的是\_\_\_\_\_.

**设计意图：**考查学生对频率与概率的关系的理解，以及用频率估计概率含义及方法的理解.

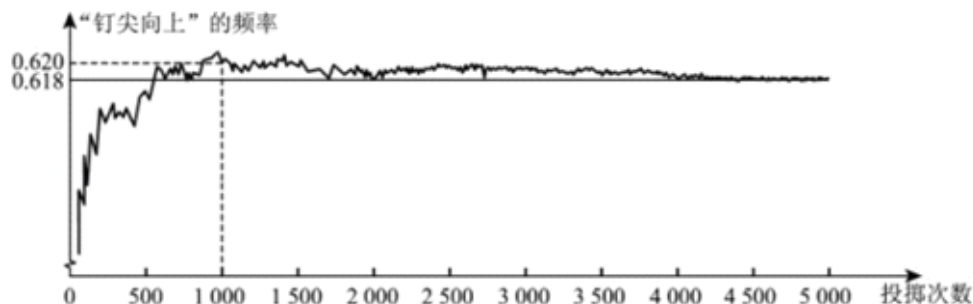


### 附录 1: 学情调研卷

问题 1 你在初中的学习中是否知道数学实验? 在初中数学课堂上是否经历过数学实验?

**设计意图:** 考查对数学实验的知晓, 是否经历了数学实验, 对于本课选择运用试验的方式逐步发现规律做准备.

问题 2 如图显示了用计算机模拟随机投掷一枚图钉的某次实验的结果.



下面有三个推断:

①当投掷次数是 500 时, 计算机记录“钉尖向上”的次数是 308, 所以“钉尖向上”的概率是 0.616;

②随着实验次数的增加, “钉尖向上”的频率总在 0.618 附近摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计“钉尖向上”的概率是 0.618;

③若再次用计算机模拟实验, 则当投掷次数为 1000 时, “钉尖向上”的概率一定是 0.620.

其中合理的是\_\_\_\_\_ . 并试说明理由.

**设计意图:** 来源于 2017 年北京中考试题选择题, 改成填空题后, 对于频率与概率意义的理解以及频率估计概率方法的意义进行测试.

问题 3 某射手进行射击, 结果如下表所示:

射击次数 $n$	20	100	200	500	800
命中靶心次数 $m$	13	58	104	255	404
命中靶心频率 $\frac{m}{n}$					

(1) 这个射手射击一次, 命中靶心的概率是多少? (结果保留一位小数)

(2) 这个射手射击 1600 次, 命中靶心的次数大约是\_\_\_\_\_ .

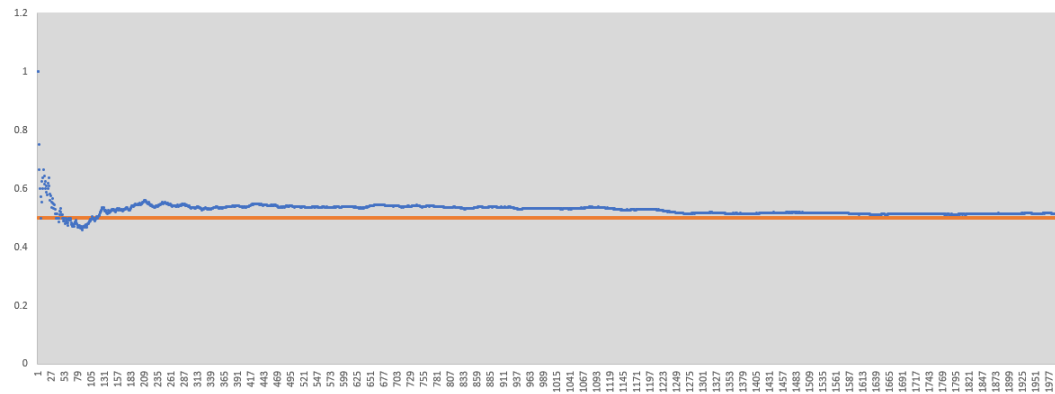
**设计意图:** 在这道题的设计中, 数据是来源于某几个班各个小组实际扔硬币出现正反面的数据, 然后进行了分别汇总, 对于已知抛硬币事件学生固有观念概率一定是 0.5, 在测试题的题目中, 把背景转化成射击命中与否, 是不可求得概率的问题. 虽然给定数据与抛硬币相同, 但学生呈现结果发现, 题目背景或数据发生变化时, 只有部分学生理解了问题本质, 知道在大量重复的基础上可以用频率来估计概率.

往届九年级（86人）学生问题分析：

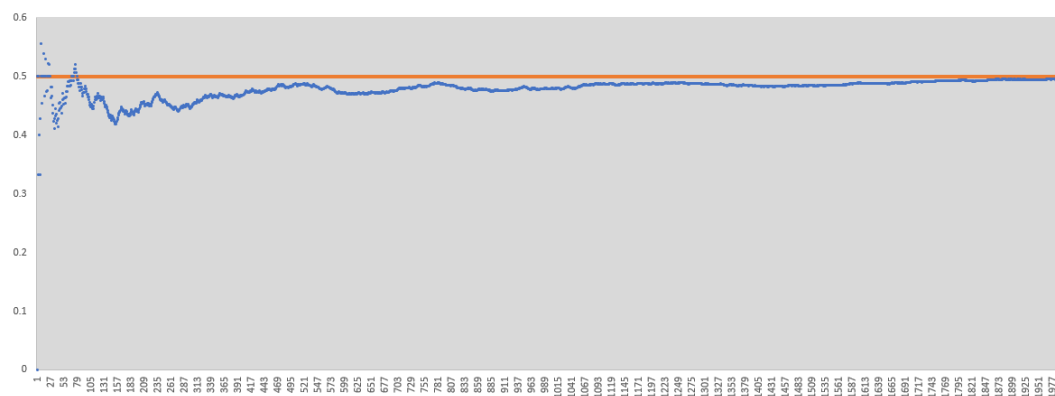
	调研目的	作答情况	人数	百分比	简单分析
问题 1	对数学实验的知晓，是否经历了数学实验.	不了解，没有做过	8	9.38%	没有经历过实验得出结论的过程
		知道，很少	53	62.5%	在数学课上通过实验得到结论有过感知，经历过一些操作的过程，但次数较少
问题 2	对概率的理解，对频率估计概率的理解.	选①	20	23.25%	认为概率是计算的结果，对频率的随机性与概率的确定性不明确
		选①②	24	27.90%	对于计算概率有较深刻的印象，认同频率可以估计概率，但对频率与概率的关系不明确
		选③	7	8.13%	对概率的意义不理解
		选②	35	40.69%	明确频率与概率的关系，会用频率估计概率
问题 3	是否会求频率，能否用频率估计概率，能否利用概率解决问题.	空白不回答	3	3.48%	频率的计算是错误的，直接导致后两问无法作答
		会计算频率但不能估计概率	31	30.05%	掌握概率的计算公式，但是对于频率与概率的关系不清，后问空白
		错误的估计了不恰当的概率	23	26.74%	能够熟练正确的计算频率，但不清楚频率与概率之间的关系，不理解概率是频率在大量重复后的稳定值
		能够正确解决问题	29	33.72%	知道用频率估计概率，知大量重复试验时频率会稳定于概率，能够理解和解释在试验次数太少的情况下，两者会出现相差较多的情况

## 附录 2：四次模拟抛掷硬币 2000 次试验的数据

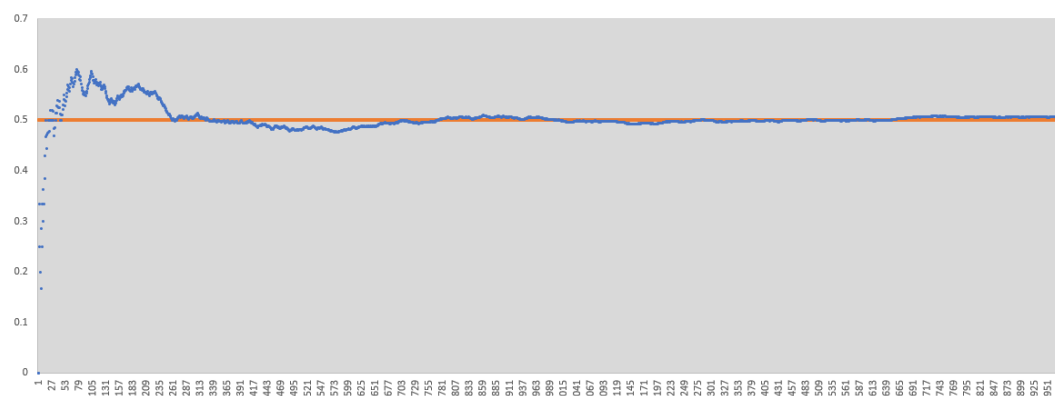
### 第一次试验



### 第二次试验



### 第三次试验



### 第四次试验

