

# 《数学分析 1》教学大纲

## 一、课程概况

课程名称（中文）	数学分析	课程代码	050311003
课程名称（英文）	Mathematical Analysis	课程属性	专业基础课
学 时	64	学分	4
开课单位	金融与数学学院	开课学期	一
适用专业	数学与应用数学（师范）	是否核心课	否

## 二、课程描述

《数学分析》是数学与应用数学专业一门重要的基础课。数学分析俗称：“微积分”，创建于 17 世纪，直到 19 世纪末才发展为一门理论体系完备，内容丰富，应用十分广泛的数学课程。数学分析课是各类大学数学与应用数学专业、信息与计算科学专业、金融数学专业最主要的专业基础课。是进一步学习复变函数论、微分方程、微分几何、概率论、实变分析与泛函分析等后继课程的阶梯，是数学类硕士研究生的必考基础课之一。本课程以极限为工具，研究函数的微分和积分的一门学科，本学期主要内容包括极限理论、一元函数连续性、一元函数微分理论。

## 三、课程目标

课程目标	目标要求	权重
课程目标 1	能够知道数学科学、数学教育核心价值观，树立科学的数学教学理念，形成“立德树人”和促进学生全面、可持续发展观念。知道数学分析中的极限，连续，微分的基本思想，逐步提高学生抽象思维、逻辑思维和推理判断的能力，培养学生熟练的演算技能和初步应用的能力以及对符号语言的认知和使用能力。	0.5
课程目标 2	学生所学知识满足中学数学教学的基本要求，学会使用科学方法解读和研究中学数学教材，使学生形成初步的教学研究和实践能力。	0.2
课程目标 3	通过教学与考核，提高学生自主学习主动性，培养严谨的科学态度，发现和解决问题的能力，培养学生团队协作精神以及沟通交流、自我学习的能力。	0.3

## 四、课程目标与毕业要求指标点对应关系

课程目标	支撑的毕业要求	支撑的毕业要求指标点
课程目标 1	7.学会反思(M)	7.2 掌握反思方法和技能，学会运用批判性思维方法分析和解决数学教育教学中的问题。

	3.学科素养 (H)	3.1 掌握数学学科的基本理论、方法与技能, 具备运用数学知识解决实际问题的初步能力。
	4.教学能力 (M)	4.2 具备教学设计、课堂教学、学业评价、应用信息技术与工具辅助教学等基本的教学技能。
课程目标 2	3.学科素养 (H)	3.3 掌握教育学、心理学等基本教育理论, 有效指导中学数学教学实践活动。
		3.4 掌握中学数学基础知识和数学教学法知识, 能够从高等数学观点认识中学数学知识。
课程目标 3	4.教学能力 (M)	4.4 具有一定创新意识, 能够结合中学数学核心素养的要求, 发现和提出数学教学中的现实需要和问题, 主动收集分析相关信息, 利用教育科学研究方法分析和解决数学教学问题。

## 五、课程教学内容

### 第一章 实数集与函数

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	知道函数概念, 数集的上、下确界的定义、确界存在原理和初等函数的概念, 知道函数几种表示法和几种具有某些特性的函数。
教学重点	实数集、函数、确界的概念及其有关性质
教学难点	确界的定义及其应用
学时	课堂教学 6 学时, 课外自主学习不少于 4 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、实数、区间与邻域 2、有界集、确界与确界原理 3、函数概念, 函数的几种表示法(解析法、列表法和图象法等)。函数的四种运算。复合函数、反函数、基本初等函数、初等函数 4、具有某些特殊类型的函数: 有界函数、单调函数、奇函数和偶函数、周期函数
学习方法	课后辅导、自主学习

### 第二章 数列极限

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	知道数列极限的定义, 并会用定义证明数列的极限, 会利用收敛数列的性质及极限存在准则求数列的极限
教学重点	数列极限概念
教学难点	数列极限的定义及其应用
学时	课堂教学 10 学时, 课外自主学习不少于 6 学时
教学方法	讲授法、讨论法

主要内容 1、数列，数列极限的定义，无穷小数列  
2、收敛数列性质—唯一性、有界性、保号性、不等式性质、迫敛性、四则运算及子列  
3、有界单调数列极限存在定理，柯西收敛准则

学习方法 课后辅导、自主学习

### 第三章 函数极限

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标 知道各种趋势函数极限的定义，学会用定义证明函数的极限，会用函数极限的性质、两个重要极限求函数极限，能利用极限存在准则判定函数极限存在或不存在，知道无穷小量、无穷大量及其阶的概念。

教学重点 函数极限的概念，性质及其计算

教学难点 柯西准则和归结原则的运用

学时 课堂教学 12 学时，课外自主学习不少于 6 学时

教学方法 讲授法、讨论法

主要内容

- 1、函数极限， $\varepsilon - \delta$  定义， $\varepsilon - N$  定义，单侧极限
- 2、函数极限性质：唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性质、迫敛性、四则运算
- 3、函数极限存在的条件：归结原则（Heine 定理），函数极限的单调有界定理和函数极限的柯西准则
- 4、两个重要极限，
- 5、无穷小量及其阶的比较，无穷大量及其阶的比较，应用等价无穷小（大）量的代换法求极限

学习方法 课后辅导、自主学习

### 第四章 函数的连续性

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标 知道连续函数的概念，知道连续函数的局部性质及初等函数的连续性；知道函数间断点的分类，牢记闭区间上连续函数的性质，并能会用这些性质解决一些有关问题。

教学重点 函数连续性的概念和闭区间上连续函数的性质

教学难点 函数一致连续性的概念

学时 课堂教学 10 学时，课外自主学习不少于 4 学时

教学方法 讲授法、讨论法

主要内容

- 1、函数的点连续性、单侧连续性，间断点及其分类，在区间上连续的函数
- 2、连续函数的局部性质——有界性、保号性。连续函数的有理运算。复合函数的连续性。闭区间上连续函数的性质——有界性、取得最大最小值性、介值性、一致连续性。反函数的连续性
- 3、初等函数连续性

学习方法 课后辅导、自主学习

### 第五章 导数与微分

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系	
教学目标	知道导数、微分的概念和基本导数公式；会用求导和微分法则计算初等函数的各阶导数和微分
教学重点	导数与微分的概念及其计算
教学难点	复合函数导数的求法
学时	课堂教学 10 学时，课外自主学习不少于 4 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、导数定义，单侧导数，导函数。导数的几何意义、物理意义、经济意义 2、求导法则：和、差、积、商的导数，反函数的导数，复合函数的导数，初等函数的导数 3、微分概念，微分的几何意义，微分的运算法则，一阶微分形式的不变性 4、高阶导数与高阶微分 5、由参量方程所确定的函数的导数
学习方法	课后辅导、自主学习

### 第六章 微分中值定理及其应用

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	知道中值定理与泰勒公式；知道中值定理的几何意义和证明方法，会利用洛必达法则求不定式的极限。会用导数讨论函数的单调性、极值、凸性及作出函数的图象。
教学重点	中值定理和泰勒公式，利用导数研究函数单调性、极值与凸性
教学难点	用辅助函数解决具体问题的方法及函数的凸性
学时	课堂教学 16 学时，课外自主学习不少于 8 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、费马 (Fermat) 定理，罗尔 (Rolle) 中值定理，拉格朗日 (Lagrange) 中值定理，柯西 (Cauchy) 中值定理 2、不定式极限，洛必达 (L'Hospital) 法则 3、泰勒 (Taylor) 定理 (泰勒公式及其拉格朗日型余项)，近似计算。 4、函数单调性的判别法，极值，最大值和最小值 5、函数的凸性与曲线的拐 6、函数图象的讨论，导数在经济学上的应用

## 六、教学要求

1.通过教学的各个环节使学生知道各章中所提出的有关本课程的基本概念、基本原理和基本知识，要求学生知道教学的重点内容，拓宽学生的学习方法和思路，并积极引导学生学会利用数学分析知识在本学科发展及其它学科中的具体应用。

2.课堂讲授实行启发式，力求少而精，突出重点与难点。重视对学生的学习方法指导和课堂教学效果信息的反馈，同时将结合课程目标要求，做好考核内容设计，并严格按照本大纲要求做好出勤率统计、作业评价等各项工作。

3.坚持课后练习是教好、学好本课程的关键。根据正常教学进度布置一定量的课后作业，要求学生按时完成。同时重视课堂讨论、线上线下课外辅导和批改作业等各个重要教学环节。

## 七、课程的考核环节及课程目标达成度自评方式

### (一) 成绩构成

1.考核成绩=期末成绩×70%+平时成绩×30%

2.期末成绩说明

(1) 期末考试形式为闭卷考试，考核成绩为百分制。

(2) 期末考试主要支撑课程目标 1、课程目标 2 和课程目标 3；根据课程目标，统计试题分别支撑每个课程目标的分值，用于核算课程目标达成度。

3.平时成绩说明

(1) 平时成绩为百分制，由平时作业成绩 (a1)、平时测试成绩 (a2)、考勤与表现成绩构成 (a3)。

$$\text{平时成绩} = a1 \times 30\% + a2 \times 30\% + a3 \times 40\%$$

(2) 平时成绩评分细则

平时作业 a1: 考核学生利用数学分析基础知识解决实际问题的能力，纸质作业或拍照上传至网络教学平台，以  $a1 \times 30\%$  进行平时成绩核算。

平时测试 a2: 以数学分析基本概念、基础知识为考核点，题型为选择、填空、计算、证明等题型。以  $a2 \times 30\%$  进行平时成绩核算。

课堂考勤 a3: 严格考勤制度，通过课堂回答问题、课后线上交流的点名提问、抢答等环节进行，根据题目难易程度、互动表现核算加、减分，以实际得分  $a4 \times 40\%$  进行平时成绩核算。

(3) 平时成绩与课程目标的对应关系

目标编号	课程目标	平时作业	平时测试	考勤与表现	分值小计	分值比例
1	能够知道数学科学、数学教育核心价值观，树立科学的数学教学理念，形成“立德树人”和促进学生全面、可持续发展观念。知道数学分析中的积分，级数的基本思想，逐步提高学生抽象思维、逻辑思维和推理判断的能力，培养学生熟练的演算技能和初步应用的能力以及对符号语言的认知和使用能力。		25		25	25%
2	学生所学知识满足中学数学教学的基本要求，会使用科学方法解读和研究中学数学教材，使学生形成初步的教学研究和实践能力。		5		5	5%
3	通过教学与考核，提高学生自主学习主动性，培养严谨的科学态度，发现和解决问题的能力，培养学生团队协作精神以及沟通交流、自我学习的能力。	30		40	70	70%
分值合计		30	30	40	100	
分值比例		30%	30%	40%		100%

### (二) 课程达成度分析

课程目标达成度评价包括课程分目标达成度评价和课程总目标达成度评价。

1. 课程分目标达成度计算

$$D_i = \sum \frac{S_k}{T_k} \times W_k$$

式中： $D_i$ ——编号为  $i$  的课程目标的达成度；

$S_k$ ——支撑编号为  $i$  的课程目标有  $k$  个考核环节， $S_k$  为编号为  $k$  的考核环节的平均得分；

$T_k$ ——支撑编号为  $i$  的课程目标有  $k$  个考核环节， $T_k$  为编号为  $k$  的考核环节的总分；

$W_k$ ——编号为  $i$  的课程目标对应第  $k$  个考核环节的权重。

2. 课程总目标达成度计算

$$D = \sum D_i \times Q_i$$

式中： $D$ ——课程总目标达成度；

$D_i$ ——编号为  $i$  的课程分目标对应的达成度；

$Q_i$ ——编号为  $i$  的课程目标的权重。

## 八、课程思政目标

数学分析作为数学与应用数学专业、信息与计算科学专业、金融数学专业的核心基础课，也是学生继续深造考研必涉及的科目，其作用毋庸置疑。数学分析课时多，战线长，教师可充分把握机会，以教学内容为载体，适时融入德育元素，给学生传播正能量，使学生在学到数学知识的同时，树立正确的人生观、世界观、价值观，提升学生的学习兴趣 and 学术抱负。

在教学内容上，要深挖课程中的科学知识背后所蕴含的哲学观点和思维方法、追求真理与科学态度、思想品德与人文关怀、爱国主义与奉献精神、诚实守信与爱岗敬业、艰苦探索与创新精神等思政元素，可以为课程思政提供有益素材和案例。如在课程中，通过挖掘大量和数学、科技有关的传统文化、古人智慧，并运用到数学课堂教学中，引导学生知道中国传统文化，增强自信心和自豪感。

讲授数列的极限这个知识点时，可以用魏晋时期数学家刘徽的割圆术来引入。用我国数学的辉煌成就来启发学生的爱国情怀，引导学生在时代和社会的发展中汲取养分，传承祖先文化，培养学生的责任意识，传承科学家的科学精神。在学习定积分的几何应用时，让学生计算赵州桥拱形面积和弧长，知道赵州桥，体会“大国工匠”精神，培养学生勇于探究的科学精神和用所学知识解决实际问题的能力。在学习级数理论从有限项的和到无限项的和的性质变化时，让学生体会并揭示辩证唯物主义思想中量变到质变的规律。又如华为储备了 700 名数学家，800 多名物理学家，120 多名化学家，6000 多名专注于基础研究的专家来构建研发系统，使华为快速赶上人类时代的进步，抢占制高点。通过这些案例，激发学生学习的兴趣，提升学生的学术抱负。如在学习条件极值时，使学生知道和学会条件极值的必要条件，熟练学会 Lagrange 乘数法；将所学知识用于实际生活中，激发学生学习数学的兴趣，并引导学生节约资源，关注环境保护。为此，首先提出问题，在课堂上带上一罐啤酒，请学生思考易拉罐为什么要这样设计？然后分析问题，如果将易拉罐设计成长方体，在同样容积的情况下，易拉罐的长宽高怎样设计用料最省？若设计成圆柱体，底面半径和高分别为多少时，易拉罐用料最省？最后解决问题，比较两种设计方案的用料，说明市场上常见的易拉罐设计成这样的原因。通过该例来说明通过数学建模可为企业节省大量资源，以此激发学生的学习兴趣 and 环境保护意识。

在日常的教学中，教师要利用自身的理论知识和职业素养创造性地处理教学内容，对教学内容中所包含的哲学思想进行深度且有效地挖掘，并在教学的过程中渗透给学生，使学生学到知识的同时领悟到真理无限而人类对世界的认知有限等基本道理，因而

在本课程的讲授中,应注重理论学习与具体实例相结合,灵活运用讲授法、探究法、案例法等教学方法。

## 九、教材、参考书目及学习资料

### 1.拟用教材

[1]华东师大数学系.数学分析(第5版)[M].北京:高等教育出版社,2020.

### 2.参考书

[1]刘玉琏,傅沛仁.数学分析讲义(第6版)[M].北京:高等教育出版社,2019.

[2]张筑生.数学分析新讲(全三册)[M].北京:北京大学出版社,2014.

[3]裴礼文.数学分析中的典型问题与方法[M].北京:高等教育出版社,2006.

[4]吴良森等.数学分析学习指导书(上、下册)[M].北京:高等教育出版社,2010.

### 3.网络教学资源:

[1]中国大学 MOOC 平台华东师范大学国家级精品课程数学分析:

<https://www.icourse163.org/course/ECNU-1001622001>

[2]数学分析网站网址: <http://www.chuixue.cn/index/orgclist/course?cid=34195>