

《数学分析3》教学大纲

一、课程概况

课程名称(中文)	数学分析3	课程代码	050311005
课程名称(英文)	Mathematical Analysis	课程属性	专业基础课
学时	96	学分	6
开课单位	金融与数学学院	开课学期	三
适用专业	数学与应用数学(师范)	是否核心课	否

二、课程描述

《数学分析》是数学与应用数学专业一门重要的基础课。数学分析俗称：“微积分”，创建于17世纪，直到19世纪末才发展为一门理论体系完备，内容丰富，应用十分广泛的数学课程。数学分析课是各类大学数学与应用数学专业、信息与计算科学专业、金融数学专业最主要的专业基础课。是进一步学习复变函数论、微分方程、微分几何、概率论、实变分析与泛函分析等后继课程的阶梯，是数学类硕士研究生的必考基础课之一。本课程以极限为工具，研究函数的微分和积分的一门学科，本学期主要内容包括多元函数的极限、连续和微积分理论。

三、课程目标

课程目标	目标要求	权重
课程目标1	能够知道数学科学、数学教育核心价值观，树立科学的数学教学理念，形成“立德树人”和促进学生全面、可持续发展观念。知道数学分析中多元函数的极限，连续，微分的基本思想，逐步提高学生抽象思维、逻辑思维和推理判断的能力，培养学生熟练的演算技能和初步应用的能力以及对符号语言的认知和使用能力。	0.4
课程目标2	学生所学知识满足中学数学教学的基本要求，会使用科学方法解读和研究中学数学教材，使学生形成初步的教学研究和实践能力。	0.2
课程目标3	通过教学与考核，提高学生自主学习主动性，培养严谨的科学态度，发现和解决问题的能力，培养学生团队协作精神以及沟通交流、自主学习的能力。	0.4

四、课程目标与毕业要求指标点对应关系

课程目标	支撑的毕业要求	支撑的毕业要求指标点
课程目标1	7.学会反思(M)	7.2 掌握反思方法和技能，学会运用批判性思维方法分析和解决数学教育教学中的问题。

	3.学科素养 (H)	3.1 掌握数学学科的基本理论、方法与技能, 具备运用数学知识解决实际问题的初步能力。
	4.教学能力 (M)	4.2 具备教学设计、课堂教学、学业评价、应用信息技术与工具辅助教学等基本教学技能。
课程目标 2	3.学科素养 (H)	3.3 掌握教育学、心理学等基本教育理论, 有效指导中学数学教学实践活动。
		3.4 掌握中学数学基础知识和数学教学法知识, 能够从高等数学观点认识中学数学知识。
课程目标 3	4.教学能力 (M)	4.4 具有一定创新意识, 能够结合中学数学核心素养的要求, 发现和提出数学教学中的现实需要和问题, 主动收集分析相关信息, 利用教育科学研究方法分析和解决数学教学问题。

五、课程教学内容

第七章 实数的完备性

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	会使用实数的基本定理及知道它们的等价性; 知道闭区间上连续函数性质的证明方法
教学重点	实数完备性定理的证明
教学难点	实数完备性定理的应用
学时	课堂教学 10 学时, 课外自主学习不少于 4 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、确界与确界存在定理, 区间套定理, 数列的柯西 (Cauchy) 收敛准则; 有界无限数列存在收敛子列, 聚点定理, 有限覆盖定理 2、闭区间上连续函数性质的证明
学习方法	课后辅导、自主学习

第十六章 多元函数的极限与连续

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	知道平面点集和多元函数的有关概念; 弄清二重极限与累次极限之间的区别和联系, 知道二元函数连续性; 知道有界闭域上连续函数性质
教学重点	平面点集的有关概念与二元函数的连续性
教学难点	二元函数极限的讨论
学时	课堂教学 14 学时, 课外自主学习不少于 6 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、平面点集概念 (邻域、内点、界点、开集、闭集、开域、闭域等), 平面点集的基本定理——区域套定理、聚点定理、有限覆盖定理; 2、二元函数概念, 二重极限, 累次极限; 3、二元函数的连续性, 复合函数的连续性定理, 有界闭域上连续函数的性质;

学习方法 课后辅导、自主学习

第十七章 多元函数的微分学

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标 知道偏导数、全微分、方向导数和梯度等概念，会计算多元函数偏导数和全微分；弄清多元函数的偏导数存在、可微、连续三者之间的关系。记住混合偏导数与求导顺序无关的条件；会求二元函数极值

教学重点 全微分的概念、偏导数的计算及其应用

教学难点 复合函数偏导数的计算及二元函数的泰勒公式

学时 课堂教学 12 学时，课外自主学习不少于 4 学时

教学方法 讲授法、讨论法

主要内容 1、可微性与全微分，偏导数及其几何意义，全微分概念，全微分的几何意义，全微分存在的充分条件，全微分在近似计算中的应用；
2、复合函数的偏导数与全微分，一阶微分形式的不变性；
3、方向导数与梯度；
4、高阶导数及其与顺序无关性，高阶微分，二元函数泰勒定理，二元函数极值；
5、多元函数微分学在经济学上的应用

学习方法 课后辅导、自主学习

第十八章 隐函数定理及其应用

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标 知道隐函数和隐函数组的概念，隐函数（组）存在定理的条件和结论。会求平面曲线的切线和法线、空间曲线的切线与法平面、空间曲面的切平面与法线；会用拉格朗日乘数法求函数的条件极值。

教学重点 隐函数定理

教学难点 隐函数定理的证明与应用

学时 课堂教学 12 学时，课外自主学习不少于 6 学时

教学方法 讲授法、讨论法

主要内容 1、隐函数概念，隐函数定理，隐函数求导；
2、隐函数组概念，隐函数组定理，隐函数组求导，反函数与坐标变换，函数行列式；
3、几何应用（平面曲线的切线和法线、空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线）；
4、条件极值与拉格朗日乘数法及其在经济学中的应用

学习方法 课后辅导、自主学习

第十九章 含参量积分

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标 知道含参量反常积分的一致收敛性的定义，会用判别含参量反常积分一致收敛性的基本方法，知道含参量反常积分的连续性、可积性和可微性定理及其应用，知道 Γ 函数与 B 函数概念和它们间的联系。

教学重点 含参量积分概念、性质及含参量反常积分的一致收敛性的定义

教学难点	含参量反常积分一致收敛性的判定
学时	课堂教学 10 学时，课外自主学习不少于 4 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、含参量积分概念，连续性、可积性和可微性，积分顺序的交换； 2、含参量反常积分的收敛与一致收敛，一致收敛的柯西准则，维尔斯特拉斯判别法，连续性、可积性与可微性，积分顺序的交换； 3、 Γ 函数与 B 函数。
学习方法	课后辅导、自主学习

第二十章 曲线积分

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	会用定积分的知识求曲线积分的值及其应用
教学重点	第一型曲线积分与第二型曲线积分的概念与计算
教学难点	第一型曲线积分与第二型曲线积分的计算
学时	课堂教学 12 学时，课外自主学习不少于 6 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、第一型曲线积分 2、第二型曲线积分概念与计算
学习方法	课后辅导、自主学习

第二十一章 重积分

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	知道二重积分与三重积分的定义和性质；会运用适当的积分法计算二重积分和三重积分；知道重积分在几何方面的应用。要求学生会用格林公式及曲线积分与路径无关的条件。
教学重点	重积分的定义、计算
教学难点	化重积分为累次积分以及格林公式的应用
学时	课堂教学 14 学时，课外自主学习不少于 6 学时
教学方法	讲授法、讨论法
主要内容	1、平面图形面积，二重积分定义与存在性 2、格林公式、曲线积分的与路径的无关性 3、二重积分计算（化为累次积分），二重积分的换元法（极坐标交换与一般交换） 4、三重积分定义与计算，三重积分的换元法（柱坐标变换、球坐标变换与一般变换） 5、重积分应用（体积，曲面面积，重心，转动惯量等）
学习方法	课后辅导、自主学习

第二十二章 曲面积分

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	知道第一型和第二型曲面积分概念和计算方法；会用高斯公式、斯托克斯公式的条件和它们的应用
教学重点	第一型曲面积分与第二型曲面积分的概念与计算
教学难点	第一型曲面积分与第二型曲面积分的概念与计算

学时 课堂教学 12 学时，课外自主学习不少于 6 学时
 教学方法 讲授法、讨论法
 主要内容 1、第一型曲面积分概念与计算
 2、第二型曲面积分概念与计算
 3、高斯公式，斯托克斯（Stokes）公式
 学习方法 课后辅导、自主学习

六、教学要求

1.通过教学的各个环节使学生知道各章中所提出的有关本课程的基本概念、基本原理和基本知识，要求学生知道教学的重点内容，拓宽学生的学习方法和思路，并积极引导学生会利用数学分析知识在本学科发展及其它学科中的具体应用。

2.课堂讲授实行启发式，力求少而精，突出重点与难点。重视对学生的学习方法指导和课堂教学效果信息的反馈，同时将结合课程目标要求，做好考核内容设计，并严格按照本大纲要求做好出勤率统计、作业评价等各项工作。

3.坚持课后练习是教好、学好本课程的关键。根据正常教学进度布置一定量的课后作业，要求学生按时完成。同时重视课堂讨论、线上线下课外辅导和批改作业等各个重要教学环节。

七、课程的考核环节及课程目标达成度自评方式

（一）成绩构成

1.考核成绩=期末成绩×60%+平时成绩×40%

2.期末成绩说明

(1) 期末考试形式为闭卷考试，考核成绩为百分制。

(2) 期末考试主要支撑课程目标 1、课程目标 2 和课程目标 3；根据课程目标，统计试题分别支撑每个课程目标的分值，用于核算课程目标达成度。

3.平时成绩说明

(1) 平时成绩为百分制，由平时作业成绩（a1）、平时测试成绩（a2）、考勤与表现成绩构成（a3）。

$$\text{平时成绩} = a1 \times 30\% + a2 \times 30\% + a3 \times 40\%$$

(2) 平时成绩评分细则

平时作业 a1：考核学生利用数学分析基础知识解决实际问题的能力，纸质作业或拍照上传至网络教学平台，以 a1×30%进行平时成绩核算。

平时测试 a2：以数学分析基本概念、基础知识为考核点，题型为选择、填空、计算、证明等题型。以 a2×30%进行平时成绩核算。

课堂考勤 a3：严格考勤制度，通过课堂回答问题、课后线上交流的点名提问、抢答等环节进行，根据题目难易程度、互动表现核算加、减分，以实际得分 a4×40%进行平时成绩核算。

(3) 平时成绩与课程目标的对应关系

目标编号	课程目标	平时作业	平时测试	考勤与表现	分值小计	分值比例
1	能够知道数学分析中的积分，级数的基本思想，逐步提高学生抽象思维、逻辑思维和推理判断的能力，培养学生熟练的演算技能和初步应用的能		25		25	25%

目标编号	课程目标	平时作业	平时测试	考勤与表现	分值小计	分值比例
	力以及对符号语言的认知和使用能力。					
2	学生所学知识满足中学数学教学的基本要求，会使用科学方法解读和研究中学数学教材，使学生形成初步的教学研究和实践能力。			5		5%
3	通过教学与考核，提高学生学习主动性，培养严谨的科学态度，发现和解决问题的能力，培养学生团队协作精神以及沟通交流、自我学习的能力。		30		40	70%
分值合计		30	30	40	100	
分值比例		30%	30%	40%		100%

(二) 课程达成度分析

课程目标达成度评价包括课程分目标达成度评价和课程总目标达成度评价。

1. 课程分目标达成度计算

$$D_i = \sum \frac{S_k}{T_k} \times W_k$$

式中： D_i ——编号为 i 的课程目标的达成度；

S_k ——支撑编号为 i 的课程目标有 k 个考核环节， S_k 为编号为 k 的考核环节的平均得分；

T_k ——支撑编号为 i 的课程目标有 k 个考核环节， T_k 为编号为 k 的考核环节的总分；

W_k ——编号为 i 的课程目标对应第 k 个考核环节的权重。

2. 课程总目标达成度计算

$$D = \sum D_i \times Q_i$$

式中： D ——课程总目标达成度；

D_i ——编号为 i 的课程分目标对应的达成度；

Q_i ——编号为 i 的课程目标的权重。

八、课程思政目标

数学分析作为数学与应用数学专业、信息与计算科学专业、金融数学专业的核心基础课，是后续专业课学习的基础，也是学生继续深造考研必涉及的科目，其作用毋庸置疑。数学分析课时多，战线长，教师可充分把握机会，以教学内容为载体，适时融入德育元素，给学生传播正能量，使学生在学到数学知识的同时，树立正确的人生观、世界观、价值观，提升学生的学习兴趣和学术抱负。

在教学内容上，要深挖课程中的科学知识背后所蕴含的哲学观点和思维方法、追求真理与科学态度、思想品德与人文关怀、爱国主义与奉献精神、诚实守信与爱岗敬业、艰苦探索与创新精神等思政元素，可以为课程思政提供有益素材和案例。如在课程中，通过挖掘大量和数学、科技有关的传统文化、古人智慧，并运用到数学课堂教学中，引导学生知道中国传统文化，增强自信心和自豪感。

讲授数列的极限这个知识点时，可以用魏晋时期数学家刘徽的割圆术来引入。用我

国数学的辉煌成就来启发学生的爱国情怀,引导学生在时代和社会的发展中汲取养分,传承祖先文化,培养学生的责任意识,传承科学家的科学精神。在学习定积分的几何应用时,让学生计算赵州桥拱形面积和弧长,知道赵州桥,体会“大国工匠”精神,培养学生勇于探究的科学精神和用所学知识解决实际问题的能力。在学习级数理论从有限项的和到无限项的和的性质变化时,让学生体会并揭示辩证唯物主义思想中量变到质变的规律。又如华为储备了 700 名数学家,800 多名物理学家,120 多名化学家,6000 多名专注于基础研究的专家来构建研发系统,使华为快速赶上人类时代的进步,抢占制高点。通过这些案例,激发学生学习数学的兴趣,提升学生的学术抱负。如在学习条件极值时,使学生知道和学会条件极值的必要条件,熟练学会 Lagrange 乘数法;将所学知识用于实际生活中,激发学生学习数学的兴趣,并引导学生节约资源,关注环境保护。为此,首先提出问题,在课堂上带上一罐啤酒,请学生思考易拉罐为什么要这样设计?然后分析问题,如果将易拉罐设计成长方体,在同样容积的情况下,易拉罐的长宽高怎样设计用料最省?若设计成圆柱体,底面半径和高分别为多少时,易拉罐用料最省?最后解决问题,比较两种设计方案的用料,说明市场上常见的易拉罐设计成这样的原因。通过该例来说明通过数学建模可为企业节省大量资源,以此激发学生的学习兴趣和环境保护意识。

在日常的教学中,教师要利用自身的理论知识和职业素养创造性地处理教学内容,对教学内容中所包含的哲学思想进行深度且有效地挖掘,并在教学的过程中渗透给学生,使学生学到知识的同时领悟到真理无限而人类对世界的认知有限等基本道理,因而在本课程的讲授中,应注重理论学习与具体实例相结合,灵活运用讲授法、探究法、案例法等教学方法。

九、教材、参考书目及学习资料

1. 拟用教材

[1]华东师大数学系.数学分析(第 5 版)[M].北京:高等教育出版社,2020.

2. 参考书

[1]刘玉琏,傅沛仁.数学分析讲义(第 6 版)[M].北京:高等教育出版社,2019.

[2]张筑生.数学分析新讲(全三册)[M].北京:北京大学出版社,2014.

[3]裴礼文.数学分析中的典型问题与方法[M].北京:高等教育出版社,2006.

[4]吴良森等.数学分析学习指导书(上、下册)[M].北京:高等教育出版社,2010.

3. 网络教学资源:

[1]中国大学 MOOC 平台华东师范大学国家级精品课程数学分析:

<https://www.icourse163.org/course/ECNU-1001622001>

[2]数学分析网站网址:<http://www.ehuixue.cn/index/orgclist/course?cid=34195>.