

《高等代数 1》教学大纲

一、课程概况

课程名称（中文）	高等代数 1	课程代码	050311006
课程名称（英文）	Higher Algebra 1	课程属性	专业基础课
学时	64	学分	4
开课单位	金融与数学学院	开课学期	—
适用专业	数学与应用数学（师范）	是否核心课	否

二、课程描述

本课程是金融与数学学院数学与应用数学专业的学科基础课，第一学期主要学习行列式、线性方程组、矩阵和二次型。它一方面为后继课程（如近世代数、数论、离散数学、计算方法、微分方程）提供一些所需的基础理论和知识，另外也为一些像计算机技术、通讯信息技术等学科提供理论支持。它不仅对学生今后从事中学数学教学具有居高临下的指导作用，同时对于训练学生思维能力起着很大作用。它的学习对于培养学生的科学思维、逻辑推理的能力、独立思考能力，特别是使学生学会从直观到抽象的思维方法同样有着很大作用。

三、课程目标

课程目标	目标要求	权重
课程目标 1	会使用行列式相关理论、线性方程组、矩阵理论、二次型理论解决相关问题。学生会运用抽象思维能力及逻辑推理能力去解决问题、知道具体与抽象、特殊与一般、有限与无限等辩证关系。	0.6
课程目标 2	知道高等代数在科技进步和社会发展中的重要作用，能够运用高等代数知识结合各学科相关知识，解决科学研究和教学等实践问题。	0.1
课程目标 3	养成文献检索、资料查询及运用现代信息技术获取高等代数相关信息的能力，具有不断获取新知识的能力，跟踪高等代数前沿与发展动态的能力。通过课堂互动、作业、平时测验、考勤等形式，养成提高学生学习主动性、反思研究技能、教学组织能力和合作交流的能力。	0.3

四、课程目标与毕业要求指标点对应关系

课程目标	支撑的毕业要求	支撑的毕业要求指标点
课程目标 1	3.学科素养（H）	3-1 学科专业知识：学会高等代数的基本理论、方法与技能，具备运用高等代数知识解决实际问题的初步能力。

		3-4 掌握中学代数基础知识和数学教学法知识, 能够从高等代数观点认识中学代数知识。
课程目标 2	3.学科素养 (H)	3-3 学会教育学、心理学等基本教育理论, 有效指导中学数学教学实践活动。
	4.教学能力 (M)	4-2: 具备教学设计、课堂教学、学业评价、应用信息技术与工具辅助教学等基本教学技能。
课程目标 3	7.学会反思 (M)	7-2 反思能力: 学会反思方法和技能, 学会运用批判性思维方法分析和解决数学教育教学中的问题。
	4.教学能力 (M)	4-4: 具有一定创新意识, 能发现和提出数学教学中的现实需要和问题, 主动收集分析相关信息, 利用教育科学研究方法分析和解决数学教学问题。

五、课程教学内容

第二章 行列式

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标

- 1、知道排列、逆序、逆序数、奇偶排列的定义, 会计算排列的逆序数。能够证明对换排列的奇偶性。
- 2、知道 n 级行列式的定义, 能用定义计算一些特殊行列式。知道行列式的基本性质并能利用性质计算一些特殊类型行列式。
- 3、知道矩阵、矩阵的行列式、矩阵的初等变换等概念, 能利用行列式性质计算一些简单行列式。
- 4、会求方阵元素的余子式、代数余子式等。会利用行列式按一行(列)展开的公式计算行列式。会采取“化三角形法”, “递推降阶法”, “数学归纳法”等方法来计算行列式。
- 5、会使用克莱姆(Cramer)法则求解线性方程组。
- 6、知道行列式的一个 k 级子式的余子式等概念、能够拉普拉斯(Laplace)定理计算一些特殊类型的行列式。知道两个 n 阶行列式形式上的乘法规则。

教学重点 n 级行列式的定义、行列式的基本性质、行列式的计算、矩阵的初等变换、行列式按一行(列)展开的公式。

教学难点 n 级行列式的定义及计算、矩阵的初等变换、拉普拉斯(Laplace)定理。

学时 课堂教学 14 学时, 课外自主学习不少于 4 学时。

教学方法 讲授法、任务驱动法、讨论法

主要内容

- 2.1 引言
- 2.2 排列
- 2.3 n 级行列式
- 2.4 n 级行列式的性质
- 2.5 行列式的计算
- 2.6 行列按一行(列)展开
- 2.7 克兰姆法则
- 2.8 拉普拉斯定理

学习方法 自主学习

第三章 线性方程组

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标

- 1、知道一般线性方程组,方程组的解,增广矩阵,线性方程组的初等变换等概念及性质。会将一个方程组化为阶梯形方程组。会求线性方程组的一般解。
- 2、知道 n 维向量及两个 n 维向量相等的定义。能够计算向量的和及数乘。知道 n 维向量空间的概念。
- 3、知道线性组合、线性相关、线性无关的定义及性质。会判别两个向量组等价、判别向量组的线性相关性。会求向量组的一个极大无关组与秩。
- 4、知道矩阵的行秩、列秩、秩的定义。会利用矩阵的秩与其子式的关系及向量组秩的定义求矩阵的秩。
- 5、知道并会证明线性方程组的有解判别定理。
- 6、会熟练求出齐次线性方程组的基础解系,解空间的维数。知道线性方程组解的结构定理。会求一般线性方程组有解的全部解。

教学重点

线性方程组的初等变换、求线性方程组的一般解、线性相关性、向量组的秩、求向量组的一个极大无关组、矩阵的秩、线性方程组的有解判别定理、齐次线性方程组的基础解系及其求法、线性方程组解的结构定理、求一般线性方程组有解的全部解。

教学难点

线性相关、线性无关、线性方程组的有解判别定理、求一般线性方程组有解的全部解。

学时

课堂教学 20 学时, 课外自主学习不少于 6 学时。

教学方法

讲授法、任务驱动法、讨论法

主要内容

- 3.1 消元法
- 3.2 n 维向空间
- 3.3 线性相关性
- 3.4 矩阵的秩
- 3.5 线性方程组有解判别定理
- 3.6 线性方程组解的结构

学习方法

自主学习

第四章 矩阵

课程目标 课程目标 1、2、3

支撑关系

教学目标

- 1、知道矩阵概念产生的背景。
- 2、知道矩阵的加法、数乘、乘法、转置等运算并会求出相应结果。
- 3、知道矩阵乘积的行列式定理,矩阵乘积的秩与它的因子的秩的关系并会证明。
- 4、会判别矩阵的可逆性,会使用公式法求逆矩阵、伴随矩阵。
- 5、知道分块矩阵的意义,会计算分块矩阵的加法、乘法的运算结果。
- 6、知道初等矩阵、初等变换等概念及其它它们之间的关系,知道一个矩阵的等价标准形和矩阵可逆的充要条件;会用初等变换的方法求一个方阵的逆矩阵。

7、知道分块乘法的初等变换和广义初等矩阵的关系，会求分块矩阵的逆。	
教学重点	矩阵的运算、矩阵乘积的秩与它的因子的秩的关系、可逆矩阵、逆矩阵、 n 阶方阵可逆的充要条件、用公式法求逆矩阵、初等矩阵、用初等变换的方法求逆矩阵。
教学难点	矩阵乘积的秩与它的因子的秩的关系、 n 阶方阵可逆的充要条件、用初等变换的方法求逆矩阵、分块矩阵的逆。
学时	课堂教学 18 学时，课外自主学习不少于 6 学时。
教学方法	讲授法、任务驱动法、讨论法
主要内容	4.1 矩阵的概念 4.2 矩阵的运算 4.3 矩阵乘积的行列式与秩 4.4 矩阵的逆 4.5 矩阵的分块 4.6 初等矩阵 4.7 分块矩阵的初等变换及应用举例
学习方法	自主学习

第五章 二次型

课程目标	课程目标 1、2、3
支撑关系	
教学目标	1、知道二次形和非退化线性替换的概念；知道二次型的矩阵表示及二次型与对称矩阵的一一对应关系；知道矩阵的合同概念及性质，会判断两个矩阵的合同关系。 2、会用配方法和初等变换方法化二次型为标准型。 3、知道复数域和实数域上二次型的规范性的唯一性；会求二次型的正负惯性指数。 4、知道正定、半正定、负定二次型及正定、半正定矩阵等概念；能够利用正定二次型及半正定二次型的性质判断二次型的正定性。
教学重点	二次型的矩阵、二次型与其矩阵的一一对应关系、矩阵的合同、化二次型为标准型、惯性定理、正定二次型的判别条件。
教学难点	矩阵的合同、惯性定理、正定二次型的判别条件。
学时	课堂教学 12 学时，课外自主学习不少于 4 学时。
教学方法	讲授法、任务驱动法、讨论法
主要内容	5.1 二次型及其矩阵表示 5.2 标准形 5.3 唯一性 5.4 正定二次型
学习方法	自主学习

六、教学要求

1.通过教学的各个环节的实施，学生学会了各章中所提出的有关本课程的基本概念、基本原理和基本知识，学生能熟练运用教学的重点内容解决实际问题、学会学习方法和思路，学生能学会高等代数知识在本学科发展及其它学科中的具体应用。学生在学习过程中能够利用所学知识解决高等代数的相关问题并且能够通过学习的知识对于以后的后继课程提供必要的知识储备，为以后学习其余的后继专业课程提供相应的理论支撑。同时学生需要通过该门课的学习养成文献检索、养成提高学生学习主动性、反思研

究技能、教学组织能力和合作交流的能力。

2.通过课堂讲授启发式的教学方式，以及少而精，突出重点与难点的教学方式，要求学生知道学习方法；通过结合课程目标要求、考核内容设计，学生完成出勤率统计、作业评价等各项工作。

3.坚持课后练习是教好、学好本课程的关键。根据正常教学进度布置一定量的课后作业及章节测试，学生需要按时完成。同时重视课堂讨论、线上线下课外辅导和批改作业等各个重要教学环节。

七、课程的考核环节及课程目标达成度自评方式

(一) 成绩构成

1.考核成绩=期末成绩×70%+平时成绩×30%

2.期末成绩说明

(1) 期末考试形式为闭卷考试，考核成绩为百分制。

(2) 期末考试主要支撑课程目标 1 和课程目标 2；根据课程目标，统计试题分别支撑课程目标 1 和课程目标 2 的分值，用于核算课程目标达成度。

3.平时成绩说明

(1) 平时成绩为百分制，由平时作业成绩 (a1)、平时测试成绩 (a2)、考勤与表现成绩 (a3)。

$$\text{平时成绩} = a1 * 0.4 + a2 * 0.3 + a3 * 0.3$$

(2) 平时成绩评分细则

平时作业 a1：考核学生利用高等代数理论解决相关问题中的能力，纸质作业，以 a1*40%进行平时成绩核算。

平时测试 a2：以高等代数基本概念、基础知识为考核点，题型为填空题、计算题、证明等题型。以 a2*30%进行平时成绩核算。

考勤与表现 a3：通过考勤、课堂回答问题、课后线上交流的点名提问等环节进行，根据题目难易程度、互动表现核算加、减分，以实际得分 a4*30%进行平时成绩核算。

(3) 平时成绩与课程目标的对应关系

目标编号	课程目标内容	平时作业	平时测试	考勤与表现	分值小计	分值比例
1	会使用行列式相关理论、线性方程组、矩阵理论、二次型理论解决相关问题。学生会运用抽象思维能力及逻辑推理能力去解决问题、学生能够学会具体与抽象、特殊与一般、有限与无限等辩证关系。		25		25	25%
2	能够知道高等代数在科技进步和社会发展中的重要作用，能够运用高等代数知识结合各学科相关知识，解决科学研究和教学等实践问题。		5		5	5%
3	养成文献检索、资料查询及运用现代信息技术获取高等代数相关信息的能力，具有不断获取新知识的能力，跟踪高等代数前沿与发展动态的能力。通过课堂互动、作业、平时测验、考勤等形式，养成提高学生自主学习主动性、反思研究技能、教学组织能力和合作交	40		30	70	70%

目标编号	课程目标内容	平时作业	平时测试	考勤与表现	分值小计	分值比例
	流的能力。					
分值合计		40	30	30	100	
分值比例		40%	30%	30%		100%

(二) 课程达成度分析

课程目标达成度评价包括课程分目标达成度评价和课程总目标达成度评价。

1. 课程分目标达成度计算

$$D_i = \sum \frac{S_k}{T_k} \times W_k$$

式中： D_i ——编号为 i 的课程目标的达成度；

S_k ——支撑编号为 i 的课程目标有 k 个考核环节， S_k 为编号为 k 的考核环节的平均得分；

T_k ——支撑编号为 i 的课程目标有 k 个考核环节， T_k 为编号为 k 的考核环节的总分；

W_k ——编号为 i 的课程目标对应第 k 个考核环节的权重。

2. 课程总目标达成度计算

$$D = \sum D_i \times Q_i$$

式中： D ——课程总目标达成度；

D_i ——编号为 i 的课程分目标对应的达成度；

Q_i ——编号为 i 的课程目标的权重。

八、课程思政目标

《高等代数》是数学与应用数学最重要的基础课之一，在培养学生逻辑、推理和思维能力的同时，在教学中注重高等代数的实际应用，将专业学习与时代前沿紧密结合。“数学不仅是一种工具，而且是一种思维模式；不仅是一种知识，而且是一种素养；不仅是一种科学，而且是一种文化。”大学数学类课程本身研究客观存在的自然规律，超越意识形态，具有通约性和普遍性。高等代数课程的教学，对基本概念和理论，运算方法和技巧的学会有明确的要求，学生接受的教育重点在知识层面。因此，如何在知识传授过程中，融入课程思政元素，使学生可以在学习高等代数知识的过程中潜移默化地接受思想洗礼和情感陶冶，值得教育工作者深入思考和研究。教学时要从基础理论出发，在教学中介绍它们的一些应用，使知识传授与价值塑造有机融合，带领学生体悟数学之美，传承数学人的家国情怀。要求学生用自己的学习成果为国家发展建设作出应有的贡献，树立为民族复兴、国家强盛而学好数学的使命与目标。

九、教材、参考书目及学习资料

1. 拟使用教材

[1] 北京大学数学系几何与代数教研室. 高等代数(第5版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.

2. 其他参考资料

[1] 丘维声. 高等代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2017.

- [2]张禾瑞,郝炳新.高等代数(第4版)[M].北京:高等教育出版社,1999.
- [3]王萼芳.高等代数(第1版)[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [4]钱芳华等.高等代数习题课教材[M].广西:广西师大出版社,1997.
- [5]许甫华,张贤科.高等代数解题方法[M].北京:清华大学出版社,2001.
- [6]杨子胥.高等代数精选题解[M].北京:高等教育出版社,2018.
- [7]刘洪星.高等代数选讲[M].北京:机械工业出版社,2012.
- [8]钱吉林.高等代数解题精粹[M].北京:中央民族大学出版社,2002.
- [9]徐常青,杜先能.高等代数方法与应用[M].安徽:安徽大学出版社,2002.